

پاسخنامه



پنجشنبه ۱۴۰۴/۰۱/۲۸

در زمینه مسائل علمی باید دنبال قله بود.
مقام معظم رهبری (مدظله العالی)

آزمون های جامع کیمیا آزمون های شبه کنکوری

طراحان و گزینندگان: درس ریاضی استاد سلطانی
درس فیزیک استاد رضوی پور - درس شیمی
استاد خانلری - درس زیست استاد برزین

گروه آزمایشی ریاضی فیزیک

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.
این آزمون، نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

ریاضی

سوال ۱- گزینه درست: ۳

ابتدا جمله عمومی دنباله و سپس جمله عمومی S_n را پیدا می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 r &= 8 \\ t_1 r^2 &= \frac{64}{27} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r^2 = \frac{\frac{64}{27}}{8} = \frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$r = \frac{2}{3} \xrightarrow{t_1 r = 8} t_1 \left(\frac{2}{3}\right) = 8 \Rightarrow t_1 = 12$$

پس مجموع n جمله اول دنباله برابر است با:

$$S_n = \frac{t_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{12(1-(\frac{2}{3})^n)}{1-\frac{2}{3}} = 36 - 36(\frac{2}{3})^n$$

S_n هندسی نیست. اما $S_n - 36$ هندسی است.

سوال ۲- گزینه درست: ۳

$$\left\{ \begin{aligned} a < 0 &\rightarrow 1-m < 0 \rightarrow m > 1 \quad (1) \\ \Delta \leq 0 &\rightarrow (2(m-3))^2 - 4(1-m)(-1) \leq 0 \end{aligned} \right.$$

$$m^2 - 7m + 10 \leq 0 \rightarrow (m-2)(m-5) \leq 0 \rightarrow 2 \leq m \leq 5 \quad (2)$$

سوال ۳- گزینه درست: ۴

گزینه ۱، نامساوی $x+y < 20$ به ازای $x=y=10$ برقرار نیست.
 گزینه ۲، به ازای $x=1$ ، نامساوی $x^y > y^x$ به ازای هیچ مقدار y برقرار نیست.
 گزینه ۳، نامساوی $x^2 + y^2 \geq 4$ به ازای $x=y=1$ برقرار نیست.
 گزینه ۴، به ازای $y=1$ ، نامساوی $2^x > y^2$ به ازای تمامی مقادیر x برقرار است. پس این گزاره سوری درست است.

سوال ۴- گزینه درست: ۱

ابتدا سمت راست عبارت شرطی را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} &\sim[p \Rightarrow q] \wedge \sim q | \vee \sim p \equiv | \sim (p \Rightarrow q) \vee q | \vee \sim p \\ &\equiv | \sim (\sim p \vee q) \vee q | \vee \sim p \\ &\equiv |(p \wedge \sim q) \vee q | \vee \sim p \\ &\equiv (p \vee (p \vee (\sim p))) \equiv q \vee T \equiv T \end{aligned}$$

بنابراین عبارت داده شده به صورت $r \Rightarrow T$ می باشد و ارزشی همواره درست است.

سوال ۵- گزینه درست: ۴با تغییر متغیر $\sqrt[3]{x} = t$ داریم:

$$x = t^3$$

پس معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$2t^2 = t^6 - 9 \Rightarrow t^6 - 2t^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow (t^2 - 3)(t^4 + t^2 + 3) = 0 \Rightarrow t^2 - 3 = 0 \Rightarrow t = \pm \sqrt{3}$$

دقت کنید که معادله $t^4 + t^2 + 3 = 0$ در اعداد حقیقی جواب ندارد.

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x} = \pm \sqrt{3} \Rightarrow x = \pm 3\sqrt{3}$$

قدر مطلق اختلاف جوابهای معادله برابر $6\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$ است.سوال ۶- گزینه درست: ۲ $\alpha\beta = P = 1$ ضرب دو ریشه و $\alpha + \beta = S = 9$ جمع دو ریشه

$$\alpha \rightarrow \alpha^2 - 9\alpha + 1 = 0 \rightarrow \alpha^2 = 9\alpha - 1$$

$$(1) \alpha^2 + 9\beta = 9\alpha = 9(\alpha + \beta) - 1 = 9(9) - 1 = 80$$

$$(2) \frac{\alpha}{\alpha+1} + \frac{\beta}{\beta+1} = \frac{2\alpha\beta + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{2(1) + 9}{1 + 9 + 1} = 1$$

$$(1) + (2) = 80 + 1 = 81$$

سوال ۷- گزینه درست: ۳ $a = \sqrt[3]{2}$ را جای گذاری می کنیم و داریم:

$$\Rightarrow A = \frac{10}{-\sqrt[3]{2^2} + 2\sqrt[3]{2} + 1} = \frac{10}{\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{4} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{4} + 1}{\sqrt[3]{4} + 1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{10(\sqrt[3]{4} + 1)}{4 + 1} \Rightarrow A = 2\sqrt[3]{4} + 2$$

$$\Rightarrow (A - 2)^3 = (2\sqrt[3]{4})^3 = 32$$

سوال ۸- گزینه درست: ۱

$$g(1) - 1 \Rightarrow f(1) - 1 \Rightarrow 3^{a+b} - 1 \Rightarrow a/b = 0$$

$$g(3) = 9 \Rightarrow f(3) = 9 \Rightarrow 3^{3a+b} = 9 \Rightarrow 3a + b = 2$$

$$a = 1, b = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = 3^{x-1} \Rightarrow y = 3^{x-1} \Rightarrow x - 1 = \log_3 y$$

$$f^{-1}(x) = 1 + \log_3 x \rightarrow f^{-1}(x) = \log_3 3x$$

$$\log_3 3x \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

سوال ۹- گزینه درست: ۲

α جواب معادله $f(x)=x$ است. پس داریم.

$$\log_{\frac{1}{2}}(2^{\alpha+1}) = \alpha \Rightarrow 2^{\alpha} + 1 = 4^{\alpha}$$

$$\Rightarrow 4^{\alpha} - 2^{\alpha} - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^{\alpha} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ 2^{\alpha} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

حال اگر فرض کنیم $f^{-1}(\frac{\alpha}{2}) = \beta$ ، آن گاه $f(\beta) = \frac{\alpha}{2}$ است و در نتیجه:

$$\log_{\frac{1}{2}}(2^{\beta+1}) = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 2^{\beta} + 1 = 4^{\frac{\alpha}{2}} = 2^{\alpha} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$2^{\beta} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\Rightarrow \beta = \log_2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = \log_2(\sqrt{5}-1) - 1$$

سوال ۱۰- گزینه درست: ۳

$$2^{-2}x < 2^{3-x^2}$$

تابع $y=2^x$ را اکیداً صعودی در نظر می گیریم. پس برای برقراری نامساوی بالا باید نامساوی $2^{-2}x < 2^{3-x^2}$ را حل کنیم.

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$$

بازه (۳، -۱) شامل سه عدد صحیح صفر، ۱ و ۲ است.

سوال ۱۱- گزینه درست: ۱

صورت و مخرج کسر را مزدوج می نویسیم:

$$\frac{\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)} \Rightarrow 0 = \cot(\alpha + \beta) \cot(\alpha - \beta)$$

$$= \cot 45^\circ \times \cot 30^\circ = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

سوال ۱۲- گزینه درست: ۱

ضابطه تابع را ساده می کنیم.

$$f(x) = a + 3 \sin bx$$

با توجه به نمودار، نصف دوره تناوب $\frac{\pi}{3}$ و در نتیجه دوره تناوب برابر $T = \frac{2\pi}{3}$ است. داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow |b| = 3$$

در همسایگی $x=0$ تابع نزولی است. پس $b=-3$ قابل قبول است. از طرفی مقدار ماکزیمم هم برابر ۴ است. داریم:

آزمون شبه کنکوری مرحله اول آموزشگاه کیمیا - فروردین ۱۴۰۴

آدرس: شیراز - خیابان زرگری - کوچه ۱۵ - رو به رو مدرسه سادات رفیعی

$$y_{\max} = a + 3 = 4 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = 1 - 3 \sin 3x$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{18}\right) = 1 - 3 \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1 - 3 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 1 + 3 \sin \frac{\pi}{6} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

سوال ۱۳- گزینه درست: ۲

توجه کنید که $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = \frac{3\pi}{4}$ جوابهای معادله هستند، زیرا:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \tan \frac{\pi}{4} = 1 + \tan x \Rightarrow 1 = 1 + \cdot$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan\left(x \times \frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \tan \frac{5\pi}{4} = 1 + \tan 3x \Rightarrow 1 = 1 + \cdot$$

اکنون با شرط $x \neq \frac{\pi}{4}$ و $x \neq \frac{3\pi}{4}$ می توان نوشت:

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

بنابراین معادله به صورت زیر درمی آید:

$$\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = 1 + \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

اگر فرض کنیم $t = \tan x$ معادله به صورت زیر درمی آید:

$$\frac{t - 1}{t + 1} = 1 + \frac{2t}{1 - t^2} \Rightarrow \frac{t - 1}{t + 1} = \frac{1 - t^2 + 2t}{1 - t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{t - 1}{t + 1} = \frac{-t^2 + 2t + 1}{(1 - t)(1 + t)} \Rightarrow -(t - 1)^2 = -t^2 + 2t + 1$$

$$\Rightarrow -t^2 + 2t - 1 = -t^2 + 2t + 1 \Rightarrow -1 = 1 \text{ غ ق}$$

پس معادله جواب دیگری ندارد و فقط $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ جوابهای آن در بازه $(0, 2\pi)$ هستند.

سوال ۱۴- گزینه درست: ۳

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x^2}{\sqrt{x} - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(1 - x)(1 + x)(\sqrt{x} + 1)}{x - 1} = -4$$

سوال ۱۵- گزینه درست: ۱

می‌دانیم $\cos^2 x = 2 \cos^2 x - 1$ ، بنابراین:

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - 1)(2 \sin x + 1)}{2 \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - 1)(2 \sin x + 1)}{2(1 - \sin^2 x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(1 - \sin x)(2 \sin x + 1)}{2(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \frac{-2}{2 \times 2} = \frac{-3}{4} \end{aligned}$$

سوال ۱۶- گزینه درست: ۴

$$\begin{aligned} (۱) \quad &= \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - 1}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{2} \\ (۲) \quad &= \lim_{x \rightarrow +} f(x) = 1 + a \\ (۳) \quad &f(1) = 1 + a \\ (۴) \quad &\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = (1 - b)(1) = 1 - b \\ (۵) \quad &\lim_{x \rightarrow -} g(x) = (\cdot - b)(\cdot) = \cdot \\ (۶) \quad &f(1) = (1 - b)(1) = 1 - b \\ (۱). (۲). (۳) \Rightarrow 1 + a = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{-1}{2} \quad (۷) \\ (۴). (۵). (۶) \Rightarrow 1 - b = \cdot \quad b = 1 \quad (۸) \\ (۷). (۸) \Rightarrow 2a + b = \cdot \end{aligned}$$

سوال ۱۷- گزینه درست: ۴

دو مماس رسم شده در نقاط عطف نمودار تابع هستند، زیرا خط مماس در نمودار عبور کرده است، که طول یکی از آن‌ها برابر ۲ است:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4x^3 - 6x^2 + 2ax + b \\ f''(x) &= 12x^2 - 12x + 2a \xrightarrow{f''(2)=0} 48 - 24 + 2a = 0 \\ \Rightarrow 2a &= -24 \Rightarrow a = -12 \end{aligned}$$

طول دیگر نقطه عطف را از معادله $f''(x) = 0$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 12x^2 - 12x + 24 = 12(x^2 - x - 2) \\ &= 12(x + 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ و } 2 \end{aligned}$$

این یعنی خط d در $x = -1$ بر نمودار تابع f مماس است که شیب این خط مماس برابر ۳۴ است.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4x^3 - 6x^2 - 24x + b \\ \xrightarrow{f'(-1)=34} &-4 - 6 + 24 + b = 34 \Rightarrow b = 20 \Rightarrow a + b = 8 \end{aligned}$$

سوال ۱۸- گزینه درست: ۳

$$\frac{x^2 + 3x - 1}{ax^2 - 28} = \frac{1}{a} \Rightarrow ax^2 + 3ax - a = ax^2 - 28 \xrightarrow{x=-2} \\ -7a = -28 \Rightarrow a = 4 \quad \text{مخرج} = 4x^2 - 28 \quad \text{مجانِب قائم} = \pm\sqrt{7}$$

فاصله ۲ مجانب قائم = $2\sqrt{7}$

سوال ۱۹- گزینه درست: ۱

$$f(x) = (x+1)(x-1)^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = (x-1)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(x+1)(x-1)^{-\frac{2}{3}}$$

از آنجا که $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x) = +\infty$ است، خط مماس بر نمودار f در $x=1$ قائم بوده و $x=1$ طول یکی از نقاط عطف نمودار تابع است.

$$f''(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} + \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9}(x+1)(x-1)^{-\frac{5}{3}}$$

$$= \frac{2}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9}(x+1)(x-1)^{-\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{2}{9\sqrt{(x-1)^2}} \left(3 - \frac{x+1}{x-1} \right)$$

ریشه ساده f'' ، طول دیگر نقطه عطف نمودار را می دهد.

$$\frac{f''(x)=0}{\rightarrow} 3 - \frac{x+1}{x-1} = 0 \Rightarrow x = 2$$

پس نقاط $(1, 0)$ و $(2, 3)$ و $(3, 0)$ عطف های نمودار تابع f هستند که فاصله این دو نقطه از یکدیگر برابر است:

$$\sqrt{(2-1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

سوال ۲۰- گزینه درست: ۴

بر اساس قانون ضرب احتمال برای ۳ پیشامد خواهیم داشت:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B|A)P(C|A \cap B)$$

بنابراین احتمال مطلوب برابر است با:

$$0.1 \times 0.4 \times 0.6 = 0.024$$

سوال ۲۱- گزینه درست: ۱

$$P(A)=0.6, P(B)=0.7, P(B|A)=0.8$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = 0.6 \times 0.8 = 0.48$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.7 - 0.48 = 0.82$$

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P((A \cup B)')}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{1 - 0.82}{1 - 0.6} = \frac{0.18}{0.4} = 0.45$$

سوال ۲۲- گزینه درست: ۳

اعداد اول یک رقمی اعداد ۲، ۳، ۵ و ۷ هستند. ابتدا ۲ عدد از این ۴ عدد را انتخاب می‌کنیم و آن‌ها را در یک بسته قرار می‌دهیم به عنوان مثال ۲۳، ۵ و ۷ سپس حروف کلمهٔ سنجش را طوری کنار هم می‌چینیم که بین هر دو حرف فقط یک جای خالی باشد. حالا از میان ۵ مکان موجود، ۳ مکان را برابر قرار دادن ارقام در نظر می‌گیریم و سپس جایگشت‌های ممکن را حساب می‌کنیم. با در نظر گرفتن این نکات تعداد حالت‌های ممکن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{ش - ج (۷) ن (۵) س (۲۳)} \quad \left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix} \right) 3!4!2! = 6 \times 10 \times 6 \times 24 \times 2 = 17280$$

↓
جابه‌جایی دو عدد کنار هم

سوال ۲۳- گزینه درست: ۳

داده‌ها را بدون در نظر گرفتن a مرتب می‌کنیم:

۱، ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴، ۵، ۶، ۷، ۷، ۸، ۹

اگر مد بخواهد از میانه بزرگ‌تر باشد، باید $a=7$ باشد تا فراوانی ۷ در نیمهٔ دوم داده‌ها بیشتر شود، بنابراین داده‌ها به صورت زیر می‌شوند که میانه ۴/۵ است.

$$1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, \underbrace{4, 5}_{Q_2 = \frac{4+5}{2} = 4.5}, 6, 7, 7, 8, 9$$

$$P(A) = \frac{1}{7} \times \frac{4}{6} \times \frac{5}{9} + \frac{1}{7} \times \frac{4}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{27} + \frac{5}{28} = \frac{275}{756}$$

↓
کیسه اول انتخاب شود

سوال ۲۴- گزینه درست: ۲

احتمال انتخاب مهره سبز از کیسهٔ اول $\frac{2}{6}$ و از کیسهٔ دوم $\frac{3}{8}$ است، در نتیجه خواهیم داشت:

سوال ۲۵- گزینه درست: ۱

می‌دانیم که در دوزنقه قطر‌ها به نسبت قاعده‌ها تقسیم می‌شوند، پس:

$$\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} OC = 2m \text{ و } OA = 3m \\ OD = 2k \text{ و } OB = 3k \end{cases}$$

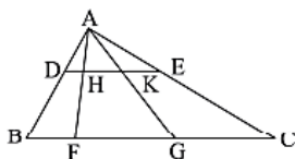
با استدلال مشابه، $BE = \frac{36}{5}$ می‌شود.

بنابراین:

$$EF = AF - AE = AF - (AB - BE) = AF + BE - AB$$

$$\Rightarrow EF = \frac{36}{5} + \frac{36}{5} - 12 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

سوال ۲۶- گزینه درست: ۲



$$DH \parallel BF, \triangle ADH \sim \triangle ABF, \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{ADH}}{S_{ABF}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (1)$$

$$S_{ABF} = \frac{BF}{BC} \times \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع مشترک} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{ABC(1)(2)} S_{ADH} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{1}{36} S_{ABC} \quad (3)$$

با توجه به این که $\frac{S_{AKE}}{S_{AGC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ است، بنابراین:

$$\frac{S_{KECG}}{S_{AGC}} = \frac{S_{AGC} - S_{AKE}}{S_{AGC}} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{S_{AGC}}{S_{ABC}} = \frac{GC}{BC} = \frac{3}{8} \Rightarrow S_{KECG} = \frac{8}{9} \times \frac{3}{8} S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \quad (4)$$

$$\xrightarrow{(3)+(4)} \frac{S_{ADH}}{S_{KECG}} = \frac{\frac{1}{36} S_{ABC}}{\frac{1}{3} S_{ABC}} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

سوال ۲۷- گزینه درست: ۱

با توجه به این که طول و عرض یک مستطیل شبکه‌ای اعدادی طبیعی هستند، حالت‌های زیر برای این مستطیل امکان‌پذیر است:

$$24 = 24 \times 1 = 12 \times 2 = 8 \times 3 = 6 \times 4$$

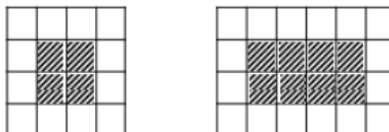
از طرفی تعداد نقاط مرزی یک مستطیل شبکه‌ای با ضلع‌های افقی و قائم به طول m و عرض n ، برابر $2(m+n)$ است، بنابراین با توجه به ثابت بودن مساحت چندضلعی، هر چه محیط آن کمتر باشد، تعداد نقاط مرزی کمتر و در نتیجه تعداد نقاط درونی بیشتر می‌شود. کمترین محیط این مستطیل مربوط به حالتی است که طول و عرض مستطیل به ترتیب برابر ۶ و ۴ باشد که در این صورت داریم:

$$b = 2(6 + 4) \cdot 20$$

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 24 = \frac{20}{2} + i - 1 \Rightarrow i = 15$$

سوال ۲۸- گزینه درست: ۲

اگر از هر قسمت این مکعب مستطیل، یک ردیف حذف کنید، یک مکعب مستطیل به ابعاد $4 \times 2 \times 2$ باقی می ماند که شامل ۱۶ مکعب کوچک رنگ نشده است. از طرفی وجه های این مکعب شامل ۲ وجه به ابعاد 4×4 و ۴ وجه به ابعاد 4×6 است که مطابق شکل زیر در آن ها به ترتیب ۴ و ۸ مکعب کوچک وجود دارد که تنها یک وجه رنگ شده هستند، پس تعداد مکعب های با یک وجه رنگ شده برابر است با:



$$2 \times 4 + 4 \times 8 = 40$$

$$\frac{\text{تعداد مکعب های رنگ نشده}}{\text{تعداد مکعب های با یک وجه رنگ شده}} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

سوال ۲۹- گزینه درست: ۲

اگر طول قاعده و ساق مثلث را به ترتیب با a و b نمایش دهیم، آن گاه نصف محیط این مثلث برابر است با:

$$p = \frac{a + 2b}{2} = \frac{a}{2} + b$$

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{S}{p} = \frac{30}{p} \quad (\text{شعاع دایره محاطی داخلی}) \\ r_b &= \frac{S}{p-b} = 10 \quad (\text{شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ساق}) \end{aligned} \right\}$$

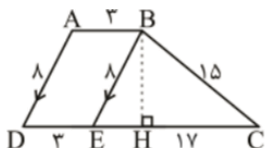
$$\Rightarrow \frac{r}{r_b} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{\frac{S}{p}}{\frac{S}{p-b}} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{p-b}{p} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{a}{\frac{a}{2} + b} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{2a}{a+2b} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{2a}{a+2b} = \frac{3}{10} \Rightarrow 20a = 3a + 6b \Rightarrow 17a = 6b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{17}$$

سوال ۳۰- گزینه درست: ۱

دوزنقه ABCD یک چهارضلعی محیطی است بنابراین

$$AB + CD = BC + AD \Rightarrow 3 + 20 = 15 + AD \Rightarrow AD = 8$$

با توجه به شکل مقابل مثلث BCE مثلثی قائم الزویه است زیرا $17^2 = 15^2 + 8^2$



بنابراین اندازه ارتفاع BH در این مثلث برابر با $\frac{15 \times 8}{17}$ خواهد بود.

از طرفی BH ارتفاع دوزنقه نیز است اندازه شعاع دایره محاطی دوزنقه از رابطه $r = \frac{S}{p}$ که در آن S مساحت دوزنقه و p نصف محیط دوزنقه است به دست می‌آید. بنابراین:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{15 \times 8}{17} \times (20 + 3)}{\frac{1}{2} \times (3 + 15 + 20 + 8)} = \frac{15 \times 8 \times 23}{17 \times 46} = \frac{15 \times 4}{17} = \frac{60}{17}$$

سوال ۳۱- گزینه درست: ۳

برای دو ماتریس A و B به ترتیب داریم:

$$\begin{aligned} A^\Delta &= \begin{bmatrix} \cdot & \log_\Delta^\Delta \\ \log_\Delta^\Delta & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \log_\Delta^\Delta \\ \log_\Delta^\Delta & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = I \\ \Rightarrow A^{\Delta\Delta} &= (A^\Delta)^\Delta A = IA = A \\ B^\Delta &= \begin{bmatrix} \cdot & \tan\theta \\ \cot\theta & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \tan\theta \\ \cot\theta & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = I \\ \Rightarrow B^{\Delta\Delta} &= (B^\Delta)^\Delta = I \end{aligned}$$

سوال ۳۲- گزینه درست: ۴

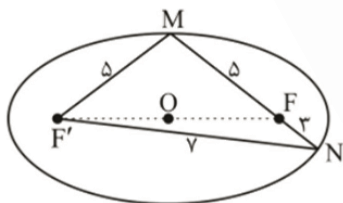
$$\begin{aligned} |A| &= (|A| - 1)(|A| + 1) - (|A| - 2) \\ \Rightarrow (|A| - 1)^2 &= 0 \Rightarrow |A| = 1 \\ A &= \begin{bmatrix} \cdot & -1 \\ 1 & \cdot \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \cdot \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} A^{\Delta\Delta} + B^{\Delta\Delta} &= A + I \\ AX &= A^{-1} \xrightarrow{A^{-1} \times} A^{-1}(AX) = A^{-1} \times A^{-1} \\ \Rightarrow X &= (A^{-1})^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

مجموع درایه‌های ماتریس X برابر ۲ است.

سوال ۳۳- گزینه درست: ۲



$$\begin{aligned} MF + MF' &= 2a = 10 \Rightarrow MF' = 5. NF + NF' = 10 \Rightarrow NF' = 5 \\ FF'^2 &= \frac{MF \times NF'^2 + NF \times MF'^2}{MF + NF} - MF \times NF = \frac{5 \times 49 + 3 \times 25}{5 + 3} - 5 \times 3 = 25 \\ FF' &= 5 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 25 - \frac{25}{4} = \frac{75}{4} \Rightarrow b = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ و } 2b = 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

سوال ۳۴- گزینه درست: ۳

در یک سهمی با فاصله کانونی a ، طول وتر کانونی پاره خطی که دو سر آن روی سهمی قرار دارد و در کانون سهمی بر محور تقارن سهمی عمود است) برابر a است. بنابراین $AF=2a$ و در نتیجه داریم:

$$AFS: AS^2 = AF^2 + SF^2 \Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = (2a)^2 + a^2$$

$$\Rightarrow 20 = 5a^2 \Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{a>0} a = 2$$

بنابراین عرض رأس سهمی برابر $k=-2$ است. با توجه به اینکه دهانه سهمی رو به بالا باز شده است، داریم:

$$y = k - a \Rightarrow y = -2 - 2 = -4$$

معادله خط هادی

سوال ۳۵- گزینه درست: ۴

مساحت متوازی الاضلاع بنا شده، توسط دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با:

$$|\vec{b} \times \vec{c}| = |(-1, -1, 1)| = \sqrt{3}$$

حجم متوازی السطوح حاصل برابر است با:

$$|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |(1, 2, -2) \cdot (-1, -1, 1)| = 5$$

طول ارتفاع وارد بر قاعده $\vec{c}$ و $\vec{b}$ برابر است با:

$$\text{طول ارتفاع} = \frac{\text{حجم متوازی السطوح}}{\text{مساحت قاعده}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

سوال ۳۶- گزینه درست: ۲

باقیمانده دو عدد بر ۹۹ یکسان است، پس دو عدد به پیمانه ۹۹ و مقسوم علیه های آن یعنی ۹ و ۱۱ نیز هم نهشت هستند:

$$\overline{a5b} + c \equiv \overline{a5bc}$$

$$\Rightarrow b - 5 + a + c \equiv c - b + 5 - a \Rightarrow 2a + 2b \equiv 10$$

$$\Rightarrow a + b \equiv 5 \quad \begin{matrix} \nearrow a + b = 5 \\ \searrow a + b = 16 \end{matrix}$$

$$a + b = 5 \rightarrow$$

a	b
5	0
4	1
3	2
2	3
1	4

$$a + b = 16 \rightarrow$$

a	b
9	7
8	8
7	9

$$\overline{a5b} + c \equiv \overline{a5bc} \Rightarrow a + 5 + b + c \equiv a + 5 + b + c$$

همواره برقرار

سوال ۳۷- گزینه درست: ۴

ابتدا حساب می‌کنیم اول شهریورماه چند شنبه است:

$$x \equiv (\underbrace{31-12}_{\text{اردیبهشت}}) + (\underbrace{3 \times 31}_{\text{خرداد، تیر، مرداد}}) + 1 \equiv 113 \equiv 1$$

بنابراین اول شهریورماه، دوشنبه است. در نتیجه اولین چهارشنبه شهریورماه سوم است. حال ۷ تا ۷ جلو می‌رویم تا به آخرین چهارشنبه برسیم:

$$3 + 4 \times 7 = 31 \text{ شهریور}$$

سوال ۳۸- گزینه درست: ۴

بدیهی است $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ پس $P=8$ است و $\deg(a)=3$ پس گراف ۳- منتظم است. پس $\delta = \Delta = 3$ و چون $q = \frac{rP}{\delta}$ پس $q=12$.

$$P + q + \delta + \Delta = 8 + 12 + 3 + 3 = 26$$

سوال ۳۹- گزینه درست: ۴

برای آنکه گراف مرتبه ۱۰ ناهمبند باشد و حداکثر اندازه را داشته باشد باید یک گراف K_4 و یک گراف K_6 را تشکیل دهیم.

$$q = \binom{4}{2} + \binom{6}{2} = 6 + 15 = 21$$

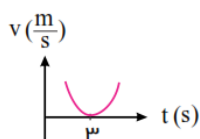
سوال ۴۰- گزینه درست: ۴

عددهایی که مجموع ۵۴ دارند به صورت $\{7, 47\}, \{11, 43\}, \{15, 39\}, \{19, 35\}, \{23, 31\}$ هستند و دو عدد $\{27\}$ و $\{3\}$ نیز در مجموعه وجود دارند. اگر بنابراین اگر ۸ عدد انتخاب کنیم مطمئن خواهیم بود حداقل ۲ عدد از اعداد انتخاب ما مجموعه ۵۴ دارند.

«فیزیک»**

سوال ۴۱- گزینه درست: ۴

می‌دانیم که در حرکت متحرک روی خط راست اگر متحرک تغییر جهت ندهد جابه‌جایی و مسافت طی شده و در نتیجه اندازه سرعت متوسط و تندی برابر خواهند بود و در صورتی که تغییر جهت اتفاق بیفتد جابه‌جایی کمتر از مسافت طی شد و در نتیجه اندازه سرعت متوسط کمتر از تندی متوسط خواهد بود. بنابراین با رسم نمودار سرعت - زمان با توجه به معادله داده شده، لحظاتی که در آن جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند (سرعت تغییر علامت می‌دهد) را به دست می‌آوریم.

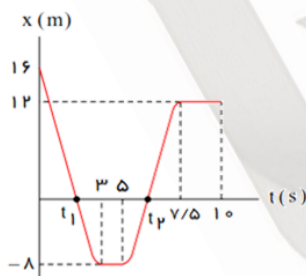


$$v = t^2 - 6t + 9 \Rightarrow (t - 3)^2 \Rightarrow t = 3 \text{ s ریشه مضاعف و } v \text{ همواره مثبت است}$$

متحرک هیچ‌گاه تغییر جهت نمی‌دهد بنابراین در هیچ بازه زمانی تندی متوسط از اندازه متوسط بزرگتر نخواهد بود.

سوال ۴۲- گزینه درست: ۳

بردار مکان در بازه‌ای که نمودار زیر محور زمان قرار دارد منفی است. بنابراین ابتدا باید زمان‌های t_1 و t_2 را به روش درونیابی ریاضی محاسبه کنیم.



$$\xrightarrow{\text{در بازه } 3 \text{ تا } 0} \text{شیب } t_1 \text{ تا } 0 = \text{شیب } 3 \text{ تا } 0 \rightarrow \frac{-8 - (16)}{3 - 0} = \frac{0 - 16}{t_1 - 0} \rightarrow t_1 = 2 \text{ s}$$

* شیب خط ثابت است

$$\xrightarrow{\text{در بازه } 7/5 \text{ تا } 5 \text{ s}} \text{شیب } t_2 \text{ تا } 5 \text{ s} = \text{شیب } 7/5 \text{ تا } 5 \rightarrow \frac{12 - (-8)}{7/5 - 5} = \frac{0 - (-8)}{t_2 - 5} \rightarrow t_2 = 6 \text{ s}$$

شیب خط ثابت است

حالا تندی متوسط در بازه t_1 تا t_2 را بدست می‌آوریم:

$$\bar{s} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{|\Delta x_{r \text{ تا } 2 \text{ s}}| + |\Delta x_{2 \text{ تا } 6 \text{ s}}|}{\Delta t} = \bar{s} = \frac{8 + 8}{4} = 4 \text{ m/s}$$

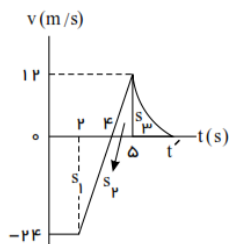
یادآوری: مسافت را باید با محاسبه مجموع اندازه (قدرمطلق) جابجایی در جهت‌های مختلف بدست آورد.

آزمون شبه کنکوری مرحله اول آموزشگاه کیمیا - فروردین ۱۴۰۴

آدرس: شیراز - خیابان زرگری - کوچه ۱۵ - رو به رو مدرسه سادات رفیعی

سوال ۴۳- گزینه درست: ۳

مساحت بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان در هر بازه زمانی، تغییر مکان متحرک را طی آن بازه نشان می‌دهد. ابتدا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت متحرک را در لحظه $t=2$ (یا $t=0$) می‌یابیم.



$$\frac{v_{\Delta}}{|v_r|} = \frac{5-4}{4-2}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{|v_r|} = \frac{1}{2} \Rightarrow ||v_r|| = 24 \frac{m}{s} \Rightarrow v_r = -24 \frac{m}{s}$$

برای محاسبه مکان متحرک در لحظه t' داریم:

$$x(t') - x(0) = -S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow x(t') - (-5) = \left[-\frac{4+2}{2} \times 24 \right] + \left[\frac{(5-4) \times 12}{2} \right] + 15$$

سوال ۴۴- گزینه درست: ۲

زمانی که قطار از روی پل می‌گذرد باید طول قطار نیز از روی پل عبور کند.

Δx = طول پل + طول قطار

$$v = 30 \frac{m}{s} \left. \vphantom{\begin{matrix} v \\ t \end{matrix}} \right\} \rightarrow \Delta x = v \cdot t \Rightarrow 30 \frac{m}{s} \times 20 \text{ s} = 600 \text{ m}$$

$$600 = x + 200 \rightarrow \text{طول قطار} = 600 - 200 = 400 \text{ m}$$

سوال ۴۵- گزینه درست: ۳

سرعت متحرک در لحظه صفر را v فرض می‌کنیم و سرعت متحرک در لحظه‌های $t=4$ s و $t=10$ s را به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار شتاب- زمان متحرک داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_4 = 4 \times 4 + v_0 = 16 + v_0 \\ v_{10} = -4 \times 6 + v_4 = -24 + 16 + v_0 = -8 + v_0 \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{16 + v_0 + v_0}{2} \times 4 + \frac{-8 + v_0 + 16 + v_0}{2} \times 6 = 56 + 10v_0$$

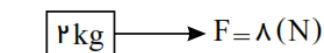
$$\Rightarrow 156 = 56 + 10v_0 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

آزمون شبه کنکوری مرحله اول آموزشگاه کیمیا - فروردین ۱۴۰۴

آدرس: شیراز - خیابان زرگری - کوچه ۱۵ - رو به رو مدرسه سادات رفیعی

سوال ۴۶ - گزینه درست: ۱

چون کشش در دو طرف قرقره یکسان است، پس نیروی کشش وارد بر جسم همان $F=8\text{ N}$ است.



$$f_{s\max} = \mu_s mg = 0.3 \times 20 = 6\text{ N}$$

$$f_k = \mu_k mg = 0.2 \times 20 = 4\text{ N}$$

جسم حرکت می کند $\Rightarrow F > f_{s\max}$ چون

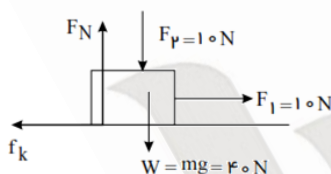
$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 8 - 4 = 2 \times a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 \rightarrow t = 1(s)$$

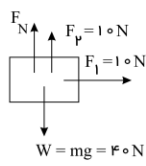
سوال ۴۷ - گزینه درست: ۱

قدم اول:

ابتدا حرکت جسم با سرعت ثابت است ($a=0$) بنابراین:



$$F_{\text{net}} = m \cdot 0 = 0 \Rightarrow 10 - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 10\text{ N} \text{ و } FN_1 = 40 + 10 = 50\text{ N}$$



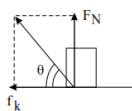
قدم دوم:

در امتداد y داریم:

$$F_{N_1} + F_1 = W \Rightarrow F_{N_1} = 30\text{ N}$$

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج را در } \mu_k \text{ ضرب می کنیم}} \frac{f_{k_2}}{f_{k_1}} = \frac{3}{5} \Rightarrow f_{k_2} = \frac{3}{5}f_{k_1} \text{ و } F_{N_2} = \frac{3}{5}F_{N_1}$$

$$\tan\theta = \frac{F_N}{f_k} \Rightarrow \frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} \times \frac{f_{k_1}}{f_{k_2}} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$$



روش دوم:

$$\tan \theta = \frac{F_N}{f_k} = \frac{F_N}{\mu_k F_N} = \frac{1}{\mu_k} = \text{ثابت}$$

$$\theta_2 = \theta_1 < 90^\circ$$

سوال ۴۸- گزینه درست: ۲

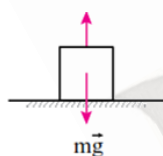
$$p_A = p_B, m_B = 3m_A, K_A = 18 J, K_B = ?$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{p=mv} K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{p_B}{p_A}\right)^2 \times \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{K_B}{18} \Rightarrow (1)^2 \times \frac{1}{3} \Rightarrow K_B = 6 J$$

سوال ۴۹- گزینه درست: ۲

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$\sum F_y = ma \rightarrow F - mg = ma$$

$$a = \frac{1}{m}F - g$$

از ریاضیات می‌دانیم که معادله بالا در واقع همان معادله خط است. بنابراین:

$$a = \frac{1}{m}F - g$$

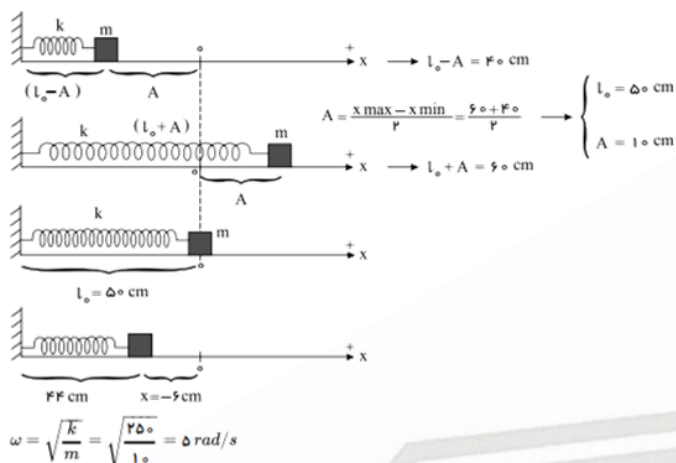
$$y = ax + b$$

a = شیب b = عرض از مبدأ

با توجه به آنکه جرم جسم (m) همواره عددی مثبت است، بنابراین شیب این خط مثبت است. (رد گزینه ۱ و ۴). از طرفی دیگر عرض از مبدأ این خط -g است که عددی منفی است. (رد گزینه ۳). با توجه به مطالب گفته شده گزینه «۲» صحیح است.

سوال ۵۰- گزینه درست: ۱

ابتدا دامنۀ نوسان و بسامد زاویه‌ای آن را محاسبه می‌کنیم، با توجه به شکل می‌دانیم که:



حال برای تعیین شتاب نوسانگر در لحظه‌ای که از مکان X می‌گذرد داریم:

$$a = -\omega^2 x = -25 \left(-\frac{6}{100} \right) = 1/5 \rightarrow a = 1/5 \text{ m/s}^2$$

توجه: آهنگ تغییرات سرعت برابر شتاب جسم است.

سوال ۵۱- گزینه درست: ۳

هر گاه U و K همزمان دادند نیم نگاهی به رابطه انرژی مکانیکی داشته باشید.

$$E = U + K = 0.12 + 0.06 = 0.18$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \rightarrow 0.18 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{1000} \times \omega^2 (0.04)^2$$

$$\frac{1}{18} = \frac{1}{200} \times \omega^2 \times 16 \times 10^{-4} \Rightarrow \omega = 150 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 150 \Rightarrow T = \frac{\pi}{75}$$

سوال ۵۲- گزینه درست: ۱

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: تندی ذرات نوسان کننده از صفر تا $v_{\max} = A\omega$ متغیر است. از طرفی ذره N به سمت پایین حرکت می‌کند و ذره M به سمت بالا حرکت می‌کند. بنابراین این سرعت یکسان ندارند.

گزینه ۲: دو نقطه در فاز مخالفند و در هر لحظه، فاصله آنها از مرکز نوسان یکسان است.

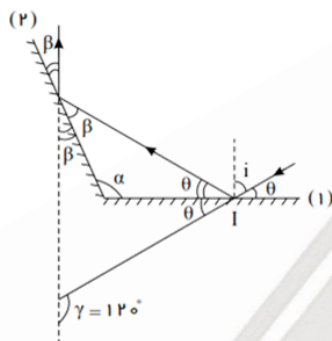
گزینه ۳: دامنه هر دو نقطه یکسان است و می‌دانیم بسامد موج با بسامد چشمه موج یکسان و ثابت است.

گزینه ۴: ذره N چون به سمت مرکز نوسان در حال حرکت است دارای حرکت تندشونده است.

سوال ۵۳- گزینه درست: ۴

$$\begin{cases} (2\theta + 2\beta) = \gamma \Rightarrow (\theta + \beta) = \frac{\gamma}{2} \\ \theta + \beta = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \frac{\gamma}{2} = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \gamma = 360^\circ - 2\alpha \end{cases}$$

زاویه θ_i ، 20° افزایش پیدا می‌کند. اما γ به θ_i بستگی ندارد چون α ثابت است. γ نیز ثابت خواهد ماند.



سوال ۵۴- گزینه درست: ۱

الکترون ابتدا در تراز $n=4$ قرار دارد. کوتاه‌ترین طول موجی که تابش می‌کند وقتی است که الکترون به تراز $n=1$ برود و بلندترین طول موج وقتی تابش می‌شود که به $n=3$ برود. با استفاده از رابطه‌ی ریدبرگ داریم:

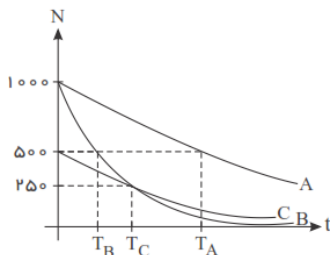
$$\frac{1}{\lambda_{min}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) = \frac{15}{16} R \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{16}{15 R}$$

$$\frac{1}{\lambda_{max}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) = \left(\frac{7}{9 \times 16} \right) R \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{9 \times 16}{7 R}$$

$$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = \frac{\frac{9 \times 16}{7 R}}{\frac{16}{15 R}} = \frac{15 \times 9}{7} = \frac{135}{7}$$

سوال ۵۵- گزینه درست: ۴

با توجه به نمودار مربوط به A در t بیشتری با خط $N=500$ برخورد کرده و با توجه به همین مسئله داریم: $T_A > T_C > T_B$



سوال ۵۶- گزینه درست: ۱

از آن جایی که F بر وتر عمود است می توان زاویه های کناری F را تشخیص داد (که α و β هستند) حال اگر F را بر روی ضلع های مثلث تجزیه کنیم. هر کدام از نیروهای F_{21} و F_{31} ظاهر می شوند و داریم:

(یادآوری کنیم که) $(\cos \theta = \frac{\text{مجاورت}}{\text{وتر}})$

$$F \cos \beta = F_{31} \rightarrow F \times \frac{8}{10} = \frac{kq_1 q_2}{6^2} \Rightarrow q_2 = \frac{36 \times 0.8 F}{kq_1}$$

$$F \cos \alpha = F_{21} \rightarrow F \times \frac{6}{10} = \frac{kq_1 q_2}{8^2} \Rightarrow q_2 = \frac{64 \times 0.6 F}{kq_1}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{36 \times 0.8 F}{64 \times 0.6 F} = \frac{3}{4}$$

از آن جایی که q_2 و q_3 هر دو q_1 را جذب کرده اند، پس هر دو هم نام اند.

سوال ۵۷- گزینه درست: ۱

مطابق قضیه کار- انرژی جنبشی- کار برآیند نیروهای وارد بر ذره، برابر با تغییر انرژی جنبشی ذره باردار است. تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی ناشی از میدان الکتریکی است.

$$W_t = \Delta K = \frac{W_t = W_E = -\Delta U}{\Delta U = \Delta K} \xrightarrow{\Delta U = -q\Delta V} -q\Delta V = \frac{1}{2} mV^2 - \frac{1}{2} mV_0^2$$

توجه کنید چون در نقطه B جهت حرکت ذره عوض شده بنابراین $V=0$ خواهد بود.

$$\rightarrow -(-2 \times 10^{-3}) \times \Delta V = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times (0 - 400^2)$$

$$\rightarrow \Delta V = -\frac{16 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}} = -\frac{160}{2} = -80 \text{ V}$$

$$\xrightarrow{\Delta V = \Delta B - \Delta A} V_B - 30 = -80 \rightarrow V_B = -50 \text{ V}$$

$$\Delta A = 30 \text{ V}$$

سوال ۵۸- گزینه درست: ۳

گام به گام به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\xrightarrow[\text{محاسبه انرژی خازن}]{\text{گام اول}} \begin{cases} U_1 = \frac{q^2}{2C} = \frac{(12 \times 10^{-7})^2}{2(24 \times 10^{-6})} = \frac{144}{48} \times 10^{-2} = 300 \text{ J} \\ q = 12 \times 10^{-6} \text{ C} = 12 \times 10^{-7} \text{ C} \end{cases}$$

$$\text{گام دوم} \Rightarrow W = \frac{40}{100} \times 300 \text{ J} = 120 \text{ J}$$

$$\xrightarrow[\text{در SI}]{\text{محاسبه توان انرژی خروجی}} \bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{120 \text{ J}}{0.5 \times 10^{-3} \text{ s}} = 240 \times 10^3 (W) = 240 \text{ kW}$$

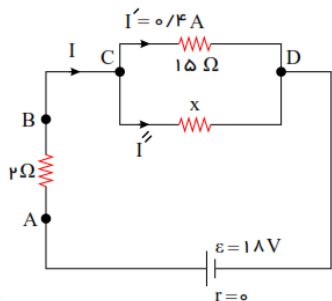
سوال ۵۹- گزینه درست: ۴

$$V_{CD} = R'I' = 15 \times 0.4 = 6V$$

$$V_{AB} + V_{CD} \rightarrow V_{AB} = 18 - 6 = 12V$$

$$I' + I'' = I \rightarrow 0.4 + I'' = 1 \rightarrow I'' = 0.6 \text{ A}$$

$$V_{AB} = RI \rightarrow 12 = 12I \rightarrow I = 1 \text{ A}$$

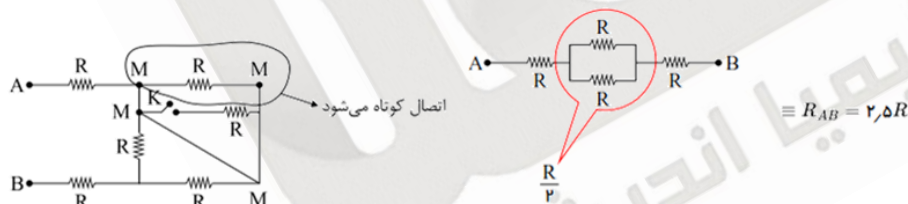


ولتاژ دو مقاومت ۱۵ Ω و x با هم برابر اتس پس: (V=IR)

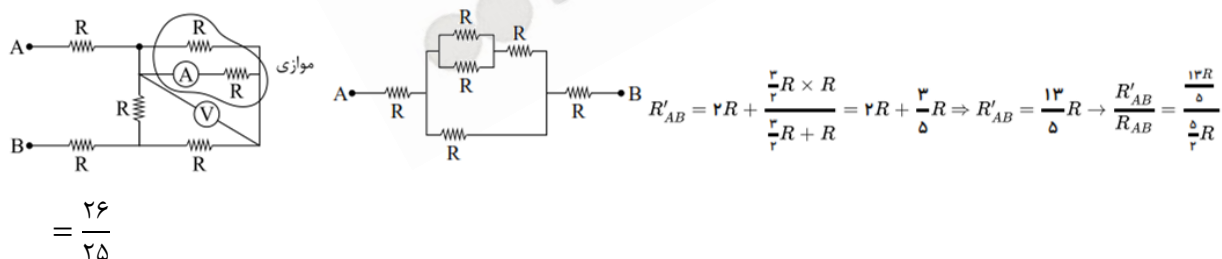
$$I'R' = IR \Rightarrow x = 10 \Omega \Rightarrow 0.4 \times 15 = 0.6 \times x = 10 \Omega$$

سوال ۶۰- گزینه درست: ۱

حالت اول: می دانیم که ولت سنج ایده‌ال همانند کلید باز عمل می کند. از طرفی آمپرسنج ایده‌ال همانند کلید بسته عمل می کند. بنابراین شکل مدار به صورت زیر است:



حالت دوم:



سوال ۶۱- گزینه درست: ۴

می‌دانیم که توان مولد زمانی بیشینه است که $R=r$ باشد، پس با توجه به نمودار $r = 2 \Omega$ است.

$$\left. \begin{aligned} P &= RI^2 \\ I &= \frac{\mathcal{E}}{r+R} \end{aligned} \right\} P = \frac{\epsilon^2 R}{(r+R)^2} \Rightarrow \frac{P_r}{P_1} = \frac{R_r}{R_1} \times \left(\frac{r+R_1}{r+R_r} \right)$$

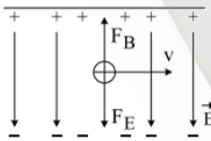
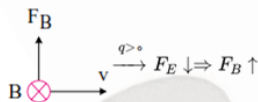
$$\frac{P_r}{P_1} = \frac{r+4}{r-1} \times \left(\frac{r+r-1}{r+r+4} \right) \xrightarrow{r=2\Omega} \frac{P_r}{P_1} = \frac{6}{1} \times \left(\frac{3}{8} \right)^2 = \frac{27}{32}$$

سوال ۶۲- گزینه درست: ۴

شرط اینکه ذره بدون انحراف حرکت کند، باید نیروی ناشی از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، یکدیگر را خنثی کنند، از طرفی با توجه به اینکه میدان الکتریکی یکنواخت است داریم:

$$F_E = F_B \Rightarrow qE = qvB \sin 90^\circ \Rightarrow VB = \frac{V}{d} = vB$$

$$\Rightarrow V = vBd \Rightarrow V = 10^5 \times 5 \times 10^{-4} \times 10^{-3} = 0.5 V$$

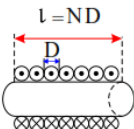


با استفاده از قاعده دست راست جهت B درون سو است.

سوال ۶۳- گزینه درست: ۲

برای بدست آوردن بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیم‌لوله از رابطه‌ی $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ استفاده می‌کنیم که در آن l طول سیم‌لوله است. با توجه به شکل زیر در این مسئله می‌توان گفت که $l = ND$ می‌باشد. (D : قطر سطح مقطع سیم) پس داریم:

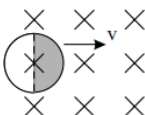
$$B = \frac{\mu_0 NI}{ND} = \frac{\mu_0 I}{D} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 2}{3 \times 10^{-3}} = 8 \times 10^{-4} T = 0.8 mT$$



سوال ۶۴- گزینه درست: ۱

با توجه به سرعت حلقه، حلقه در هر ثانیه، ۱ cm وارد میدان می شود بنابراین:

۴ ثانیه پس از ورود به حلقه، حلقه دایره ای شکل ۴ سانتی متر وارد میدان می شود. یعنی به اندازه شعاع حلقه وارد می شود. بنابراین تغییر سطح حلقه به اندازه $\frac{\pi R^2}{4}$ است.



$$|\mathcal{E}| = \left| -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| = \left| -NB \cos \alpha \frac{\Delta A}{\Delta t} \right| = 1 \times B \times \cos 0 \times \frac{\Delta A}{\Delta t} =$$

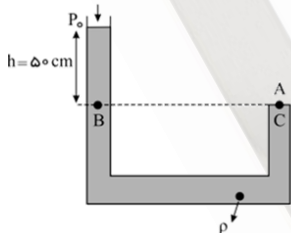
$$B \times \frac{\pi R^2}{4} = \frac{500}{\pi} \times 10^{-4} \times \frac{\pi \times 4^2 \times 10^{-4}}{4} \times \frac{1}{4} = 1 \times 10^{-5} V = 0.01 mV$$

سوال ۶۵- گزینه درست: ۳

در ابتدا با توجه به نیروی وارد بر دهانه بسته لوله، فشار وارد بر آن و پس از آن چگال مخلوط را می یابیم.

$$F = PA = \rho ghA = \rho \times 10 \times 2 \times 10^{-4} = 4 \rightarrow \rho = 400 \frac{kg}{m^3}$$

از طرفی چون حجم های مساوی از دو مایع با هم مخلوط شده اند، چگالی مخلوط، میانگین چگالی آنها است. یعنی:



$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \text{ و } V_A = V_B = V \Rightarrow \rho = \frac{\rho_B + \rho_A}{2} = \frac{4\rho_A}{2} = 2\rho_A = 4000 \Rightarrow \rho_A = 2000 \frac{kg}{m^3} \rightarrow \rho_B = 6000 \frac{kg}{m^3} = 6 \frac{g}{cm^3}$$

سوال ۶۶- گزینه درست: ۳

از معادله پیوستگی استفاده می کنیم.

$$A_A v_A = A_B v_B + A_C v_C \xrightarrow{A_A v_A = 30 \times \frac{L}{s} = 3000 \frac{cm^3}{s}} 3000 = 2A_C \times 30 + A_C \times 40 \Rightarrow A_C = 30 cm^2$$

$$v_B = 30 \frac{m}{s} \text{ و } A_B = 2A_C \text{ و } v_C = 40 \frac{cm}{s}$$

$$C \text{ آهنگ عبور جریان از لوله } C = A_C v_C = 30 \times 40 = 1200 \frac{cm^3}{s} = 1/2 \frac{L}{s}$$

سوال ۶۷- گزینه درست: ۳

ابتدا فاصله قائم دو نقطه A و B و پس از آن طول سطح شیبدار از A تا B را یافته، سپس با استفاده از انرژی مکانیکی نقاط، مقدار انرژی مکانیکی کاهش یافته که همان کار نیروی اصطکاک باشد را محاسبه می‌کنیم و در نهایت نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$|\Delta h| = 12 \text{ m} \quad |\Delta h| = AB \sin 53^\circ \Rightarrow AB \times 0.8 \Rightarrow AB = 15 \text{ m} \Rightarrow d = AB = 15 \text{ m}$$

$$E_A - E_B = W_f \Rightarrow (U_A + K_A) - (U_B + K_B) = f d \cos 180^\circ$$

$$(U_A - U_B) + (K_A - K_B) - f \times d \times (-1)$$

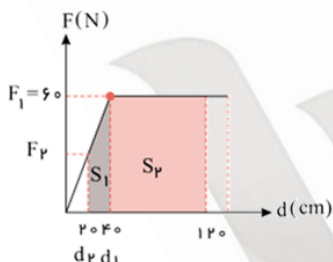
$$mg \Delta h + \Delta = f \times 15 \times (-1) \Rightarrow 0.1 \times 10 \times (-12) + 5 = f \times 15 \times (-1) \Rightarrow f = \frac{7}{15} \text{ N}$$

سوال ۶۸- گزینه درست: ۳

سطح زیر این نمودار نیرو بر حسب جابه‌جایی برابر است با کار انجام شده

$$W = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} (30 + 60) \times \frac{20}{100} + 60 \times \frac{60}{100} = 9 + 36 = 45 \text{ J}$$

$$F \times d \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{F_2}{60} = \frac{20}{40} = F_2 = 30 \text{ N}$$



سوال ۶۹- گزینه درست: ۳

بدیهی است که با افزایش دما، مساحت حفره هم افزایش می‌یابد. بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \frac{2 \alpha A_1 \Delta \theta}{A_1} \times 100 = 2 \times 12 \times 10^{-6} \times 200 \times 100 = 0.48\%$$

سوال ۷۰- گزینه درست: ۲

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q_2 = \text{گرمای گرفته شده آب جوش}$$

$$Q_1 = \text{گرمای از دست رفته فلز}$$

$$\Rightarrow mc \Delta \theta = m' L_v \Rightarrow \frac{282}{1000} \times 400 \times \Delta \theta = \frac{5}{1000} \times 2256000 \Rightarrow \Delta \theta = 100$$

$$\Rightarrow \theta_2 - 100 = 100 \Rightarrow \theta_2 = 200$$

سوال ۷۱- گزینه درست: ۳

گام اول: نقاط A و B هم‌دما هستند، زیرا $P_C V_C = 1 \times 4 = 4$ و $P_A V_A = 2 \times 2 = 4$ ، پس تغییر انرژی درونی از C تا A صفر است.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U_{AC}=0} Q_{CBA} = -W_{CBA}$$

گام دوم: اندازه کار فرایند CB برابر صفر است، پس داریم:

$$W_{CBA} = W_{BA} = 2 \times 2 \times 10^2 = 400 \text{ J}$$

گام سوم: گرمای چرخه برابر منفی کار چرخه است:

$$Q_{CBA} = -J$$

$$Q_{\text{چرخه}} = -W_{\text{چرخه}} = -2 \times 2 \times 10^2 = -400 \text{ J}$$

گام چهارم:

$$\frac{|Q_{\text{چرخه}}|}{|Q_{CBA}|} = \frac{400}{400} = 1$$

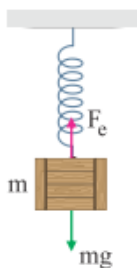
سوال ۷۲- گزینه درست: ۴

با توجه به رابطه بین تعداد دورها و اختلاف پتانسیل داریم:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{900}{50} = \frac{V_2}{240} \Rightarrow V_2 = 4320$$

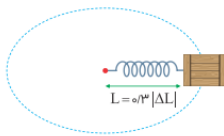
سوال ۷۳- گزینه درست: ۲

در حالت اول که وزنه آویزان است، رابطه تعادل نیروها به صورت زیر است:



$$F_e = mg \Rightarrow k \Delta L = mg \xrightarrow{\Delta L = 0.1} k \times 0.1 = mg \Rightarrow k = 10 \text{ mg}$$

در حالت دوم، نیروی فنر نقش نیروی مرکزگرا را دارد. در این وضعیت طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_e = ma_c \Rightarrow k|\Delta L| = m \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow k|\Delta L| = m \times \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

$$\xrightarrow{k=1-m/s} 1 \cdot mg|\Delta L| = m\pi^2 L$$

$$1 \cdot |\Delta L| = (0.3 + |\Delta L|) \Rightarrow 9|\Delta L| \cdot 0.3 \Rightarrow \Delta L = \frac{1}{3} m = \frac{1}{3} m$$

سوال ۷۴- گزینه درست: ۴

$$f_n = \frac{nv}{\lambda L} \Rightarrow f_1 = \frac{1 \times 250}{2 \times 0.5} = 250 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{250} s \Rightarrow T = \frac{1}{250} \times 10^3 = 4 \text{ ms}$$

سوال ۷۵- گزینه درست: ۱

$$E = mc^2 \Rightarrow 9.0 \times 10^6 \times 1/6 \times 10^{-19} = m \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow m = \frac{9 \times 16 \times 10^{-13}}{9 \times 10^{16}} = 16 \times 10^{-29} \text{ kg} \times \frac{10^9}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ ng}}{10^{-9} \text{ g}}$$

$$\Rightarrow m = 16 \times 10^{-29} \times 10^{12} = 16 \times 10^{-17} \text{ ng}$$

شیمی

سوال ۷۶- گزینه درست: ۱

A: ۲۶: این عنصر آهن (Fe) است که در دسته d جدول تناوبی قرار دارد و یک فلز است.

B: ۱۷: این عنصر کلر (Cl) است که در دسته p جدول تناوبی قرار دارد و یک نافلز است.

Z: ۳۲: این عنصر ژرمانیوم (Ge) است که در دسته p جدول تناوبی قرار دارد و یک شبهفلز است.

بررسی همه موارد:

الف) آهن در واکنش با اکسیژن می تواند Fe_2O_3 (اکسید آهن III) تشکیل دهد.

کلر در واکنش با اکسیژن می تواند Cl_2O تشکیل دهد.

ژرمانیوم در واکنش با اکسیژن می تواند GeO_2 تشکیل دهد.

بنابراین گزاره "الف" درست است.

ب) آهن، فلزی از دسته d، کلر، نافلزی از دسته p، و ژرمانیم، یک شبهفلز (نه نافلز) از دسته p است.

بنابراین گزاره "ب" نادرست است.

پ) ترکیب های آهن و کلر (مانند FeCl_2 و FeCl_3) به صورتی یونی هستند. در این ترکیبات، یون های آهن در مرکز و یون های کلر در اطراف آن قرار می گیرند. در مدل فضاپرکن این ترکیبات، اتم آهن در مرکز و اتم های کلر در کناره ها نمایش داده می شوند.

بنابراین گزاره "پ" درست است.

ت) آهن: عمدتاً با مبادله الکترون (تشکیل پیوند یونی) به پایداری می رسد؛ اما در برخی ترکیبات می تواند پیوند کووالانسی نیز تشکیل دهد.

کلر: هم با گرفتن الکترون (مانند NaCl) و هم با اشتراک گذاری الکترون (مانند Cl_2 و HCl) به پایداری می رسد.

ژرمانیوم: عمدتاً با اشتراک گذاری الکترون (پیوند کووالانسی) به پایداری می رسد؛ اما به دلیل خصلت شبهفلزی، می تواند در برخی موارد الکترون نیز از دست بدهد.

از آن جا که هر سه عنصر تا حدی می توانند هم با مبادله الکترون و هم با اشتراک گذاری الکترون به پایداری برسند، گزاره "ت" نادرست است.

سوال ۷۷- گزینه درست: ۱

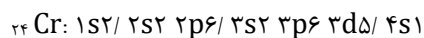
مدل بور طیف نشری- خطی عنصر هیدروژن را به خوبی توضیح داد ولی نتوانست طیف نشری- خطی عنصرهای دیگر را توجیه کنید.

سوال ۷۸- گزینه درست: ۱

عدد اتمی عناصر A، B و به ترتیب ۲۰ و ۲۴ و ۳۵ است. (۳۰ Br، ۲۴ Cr، ۲۰ Ca)

عبارت (الف) درست است. با افزودن CaCl_2 به مخلوط آب و صابون به دلیل تشکیل رسوب، پایداری مخلوط از بین می‌رود.

عبارت (ب) نادرست است؛ زیرا در آرایش الکترونی Cr ۲۴ هفت الکترون با $l=0$ وجود دارد.

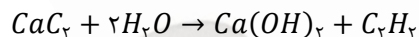


عبارت (پ) نادرست است؛ زیرا عدد اکسایش برم در $\text{Mg}(\text{BrO}_3)_2$ برابر ۵+ است، در حالی که بالاترین عدد اکسایش این عنصر برابر ۷+ است.

عبارت (ت) درست است. هر سه عنصر Ca ، Cr ، Br در دوره چهارم قرار دارند. انتظار داریم فلزات گروه ۱ و ۲ جدول دوره‌ای از فلزات واسطه کاهنده‌تر باشند؛ زیرا تمایل بیشتری برای از دست دادن الکترون دارند.

سوال ۷۹- گزینه درست: ۱

گاز تولیدشده فقط C_2H_2 است؛ پس به کمک مقدار داده شده آن (۱/۰۵ لیتر) به راحتی مشخص می‌شود چند گرم از جرم کل (۵ گرم) مربوط به CaC_2 می‌باشد.



$$\text{CaC}_2 = 40 + (12 \times 2) = 64 \text{ g.mol}^{-1}$$

روش اول:

$$? \text{ g CaC}_2 = 1/0.5 \text{ C}_2\text{H}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2}{22/4 \text{ L C}_2\text{H}_2} \times \frac{1 \text{ mol CaC}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_2} \times \frac{64 \text{ g CaC}_2}{1 \text{ mol CaC}_2} = 3 \text{ g CaC}_2$$

$$5 - 3 = 2 \text{ g CaO}$$

$$\frac{2}{5} \times 100 = 40\%$$

روش دوم:

$$\begin{array}{ccc} \text{CaC}_2 \text{ (گرم)} & \text{C}_2\text{H}_2 \text{ (لیتر)} & \\ 64 & 22/4 & \\ x & 1/0.5 & \end{array} \Rightarrow x = 3 \text{ g CaC}_2$$

$$5 - 3 = 2 \text{ g CaO}$$

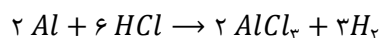
$$\frac{2}{5} \times 100 = 40\%$$

سوال ۸۰ - گزینه درست: ۲

روش اول:

$$? g Al = 0.1 \text{ mol HCl} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{6 \text{ mol HCl}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mL Al}} = 0.9 \text{ g Al}$$

روش دوم:



$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.4 = \frac{n}{0.25 \text{ L}} = 0.1 \text{ mol HCl} \Rightarrow n = 0.1 \text{ mol HCl}$$

Al (گرم) HCl (مول)

$$2 \times 27 \text{ g} \quad 6 \text{ mol} \quad \Rightarrow x = 0.9 \text{ g}$$

$x \quad \quad 0.1$

سوال ۸۱ - گزینه درست: ۳

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ هنگامی که میله شیشه‌ای را به موی سر، مالش می‌دهیم، میله، دارای بار منفی می‌شود؛ پس مولکول‌های آب، باید از سر مثبت خود، با میله شیشه‌ای جاذبه برقرار کنند.

ب) نادرست؛ جرم مولی F_2 و HCl ، تقریباً برابر است، ولی به دلیل اینکه HCl ، یک مولکول قطبی به شمار می‌رود، نقطه جوش بالاتری دارد و هنگام سرد کردن، راحت‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

پ) درست؛ با اینکه NO ، یک مولکول قطبی و CO_2 ، یک مولکول ناقطبی است، به دلیل واکنش CO_2 با آب و تولید کربنیک اسید (H_2CO_3) و همچنین جرم و حجم بیشتر، انحلال پذیری بیشتری در آب دارد.

ت) درست؛ گشتار دوقطبی آب، $\mu = 1.85 \text{ D}$ و گشتار دوقطبی هیدروژن سولفید، برابر $\mu = 0.97 \text{ D}$ است، که گشتار دوقطبی آب، کمی کمتر از دو برابر گشتار دوقطبی هیدروژن سولفید ($1.85/0.97 \approx 1.9$) و می‌توان به طور تقریبی، این نسبت را ۲ در نظر گرفت.

سوال ۸۲ - گزینه درست: ۴

بررسی همه موارد:

مورد اول:

از بین ترکیب‌های NaCl ، KNO_3 ، CaSO_4 ، AgCl و $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ ، باید مشخص کنیم کدام یک انحلال‌پذیری کمتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب دارند:

NaCl (نمک طعام): انحلال‌پذیری حدود ۳۶ گرم در ۱۰۰ گرم آب در دمای 25°C (محلول)

KNO_3 (پتاسیم نیترات): انحلال‌پذیری حدود ۳۴ گرم در ۱۰۰ گرم آب (محلول)

CaSO_4 (کلسیم سولفات): انحلال‌پذیری حدود ۰/۲۳ گرم در ۱۰۰ گرم آب (نامحلول)

AgCl (نقره کلرید): انحلال‌پذیری بسیار کم و حدود $10^{-4} \times 1/2$ گرم در ۱۰۰ گرم آب (نامحلول)

$\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ (کلسیم فسفات): انحلال‌پذیری بسیار کم و حدود $10^{-4} \times 5$ گرم در ۱۰۰ گرم آب (نامحلول) همچنین بدون توجه به میزان عددی انحلال‌پذیری ترکیب‌ها، می‌توان گفت ترکیب‌هایی مانند CaSO_4 و AgCl (به دلیل داشتن پیوند یونی قوی) و $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ (به دلیل داشتن ساختار بلوری پایدار) انحلال‌پذیری کمتری دارند؛ چون پیوندهای یونی قوی یا ساختار بلوری پایدار دارند که موجب می‌شود آب نتواند به راحتی این پیوندها را شکسته و یون‌ها را جدا کند، در مقابل، ترکیب‌هایی مانند NaCl (پیوند یونی ضعیف) و KNO_3 (ساختار بلوری قابل انحلال) به دلیل پیوندهای یونی ضعیف‌تر یا ساختارهای قابل انحلال‌تر، انحلال‌پذیری بالاتری دارند.

بنابراین، این مورد درست است.

• مورد دوم:

شکل هندسی هر دو مولکول H_2O و H_2S خمیده است (مشابه O_3 و اتم مرکزی هر دو مولکول (اکسیژن و گوگرد) در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارند).



بنابراین، این مورد نیز درست است.

• مورد سوم:

آمونیم نیترات ($\text{NH}_4^+\text{NO}_3^-$) در آب به یون‌های آمونیوم (NH_4^+) و نیترات (NO_3^-) تفکیک می‌شود.

تعداد الکترون‌های ظرفیتی:

یون آمونیوم: ۵ (نیتروژن) به علاوه 4×1 (هیدروژن‌ها) منهای ۱ (بار مثبت) = ۸ الکترون ظرفیتی

یون نیترات: ۵ (نیتروژن) به علاوه 3×6 (اکسیژن‌ها) منهای ۱ (بار منفی) = ۲۴ الکترون ظرفیتی

در محلول آبی، هیدروژن‌های آب (با بار جزئی مثبت) به سمت یون منفی نیترات کشیده می‌شوند که الکترون‌های ظرفیتی بیشتری دارد.

بنابراین، این مورد نیز درست است.

• مورد چهارم:

تشکیل پیوند هیدروژنی با آب:

اتانول (C_2H_5OH): دارای گروه هیدروکسیل ($-OH$) است و می‌تواند با آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

استون (CH_3COCH_3): دارای گروه کربونیل ($C=O$) است که می‌تواند به عنوان پذیرنده پیوند هیدروژنی از مولکول‌های آب عمل کند.

حالت فیزیکی در دمای اتاق:

برم: مایع (نقطه جوش: $58/8$ درجه سلسیوس)

اتانول: مایع (نقطه جوش: 78 درجه سلسیوس)

استون: مایع (نقطه جوش: 56 درجه سلسیوس)

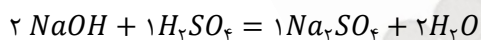
بنابراین هر دو ترکیب با آب پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهند و هر دو در دمای اتاق مایع هستند، مشابه برم پس این مورد نیز درست است.

سوال ۸۳- گزینه درست: ۲

$$C_M = \frac{10 \cdot aD}{M} \Rightarrow 3 = \frac{10 \times a \times 1/2}{40}$$

$$\Rightarrow a = 10\% \text{ NaOH(aq) جرمی}$$

$$\begin{array}{l} \text{حل شده } 10 \text{ g NaOH} \quad 100 \text{ گرم محلول NaOH} \\ x = 2 \text{ g NaOH} \quad 20 \end{array}$$



$$2 \times 40$$

$$x = 0.25 \text{ mol} \quad 2 \text{ گرم}$$

سوال ۸۴- گزینه درست: ۴

در ساختار CO ($C \equiv O$): ۳ زوج پیوندی وجود دارد و در ساختار N_2O (شکل زیر) ۴ زوج پیوندی وجود دارد.

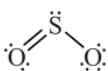


بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در CO، ۳ زوج پیوندی و در گوگرد دی‌اکسید (شکل زیر) نیز ۳ زوج پیوندی وجود دارد.

آزمون شبه کنکوری مرحله اول آموزشگاه کیمیا - فروردین ۱۴۰۴

آدرس: شیراز - خیابان زرگری - کوچه ۱۵ - رو به رو مدرسه سادات رفیعی



گزینه ۲: در ساختار CO، ۲ زوج ناپیوندی و در ساختار آب (شکل زیر) نیز ۲ زوج ناپیوندی وجود دارد.



گزینه ۳: نسبت تعداد زوج ناپیوندی به پیوندی در CO، $\frac{2}{3}$ است و نسبت تعداد زوج ناپیوندی به پیوندی در (شکل زیر)، $\frac{1}{3}$ می‌باشد.



سوال ۸۵- گزینه درست: ۱

گزاره‌های (الف) و (پ) درست هستند.

بررسی گزاره‌های نادرست:

(ب) در هر گروه از بالا به پایین، خصلت فلزی افزایش و در هر دوره از چپ به راست خصلت فلزی کاهش می‌یابد.

(ت) هلیوم اولین عنصر گازهای نجیب است که در سمت راست جدول قرار دارد و جزء عناصر دسته S جدول تناوبی است.

سوال ۸۶- گزینه درست: ۳

گروه‌های چهاردهم، پانزدهم و شانزدهم جدول تناوبی، دارای هر سه گونه از عنصرهای فلز، نافلز و شبه‌فلز هستند.

سوال ۸۷- گزینه درست: ۴

عنصر X تنها گاز دارای فعالیت شیمیایی در دوره خودش و از دسته P جدول تناوبی است.

→ یعنی کلر (Cl)، چون:

- در دوره سوم قرار دارد.

- گاز فعال است (برخلاف آرگون که بی اثر است).

- از گروه ۱۷ و دسته p است.

گزینه‌ها:

(۱) در ترکیب با پتاسیم، عدد اکسایش یون‌ها برابر است. (کلر ۱- و پتاسیم ۱+) → درست

(۲) یون پایدار آن (Cl-) فراوان‌ترین آنیون در آب دریاست → درست

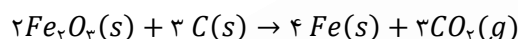
۳) در CCl_4 ، اتم مرکزی (کربن) جفت ناپیوند ندارد → درست

۴) رنگ پیرامون X در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی در ترکیب با C و O یکسان است → نادرست (چون الکترونگاتیوی اتم‌های مقابل فرق دارد و پتانسیل متفاوت خواهد بود).

پاسخ نهایی: گزینه (۴) نادرست است.

سوال ۸۸- گزینه درست: ۳

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



همانطور که ملاحظه می‌کنید، در این واکنش همه مواد حالت فیزیکی جامد دارند و فقط CO_2 حالت گازی داشته و ظرف واکنش را ترک می‌کند.

بنابراین تفاوت جرم جامد ثانویه و جامد اولیه دقیقاً به مقدار گاز CO_2 تولیدشده در این واکنش است. به عبارت دیگر کافی است بدون آنکه خودمان را درگیر محاسبات مربوط به درصد خلوص و بازده درصدی واکنش کنیم، از روی مقدار آهن تولیدشده، مقدار گاز CO_2 را به دست آوریم:

$$16/8 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{4 \text{ mol Fe}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 9/9 \text{ g CO}_2$$

$9/9 \text{ g} =$ جرم تولید شده $\text{CO}_2 =$ تفاوت جرم مواد جامد ثانویه و مواد جامد اولیه

سوال ۸۹- گزینه درست: ۴

متانول (CH_3OH)، ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها است. همه الکل‌های یک عاملی و چندعاملی به دلیل داشتن گروه هیدروکسیل (-OH)، با آب پیوند هیدروژنی خواهند داشت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) متان عضو خانواده آلکان‌ها است و هیدروکربنی سیرشده محسوب می‌شود؛ بنابراین توانایی واکنش با آب را در شرایط اسیدی ندارد. (H_2SO_4)

۲) متانول، مولکولی قطبی است و در حلال‌های قطبی، مانند آب و استون حل می‌شود و سبب تشکیل محلول می‌شود.

۳) نقطه جوش الکل‌های تک‌عاملی، مانند متانول، از نقطه جوش کربوکسیلیک اسیدهای تک‌عاملی، مانند فورمیک اسید (HCOOH)، کمتر است؛ بنابراین در مخلوطی مایع از این دو ترکیب، نخست ماده با نقطه جوش پایین‌تر (متانول) که دارای شمار الکترون‌های ناپیوندی کمتر است، از مخلوط خارج می‌شود.

سوال ۹۰- گزینه درست: ۴

فرمول مولکولی نیکوتین، به صورت $\text{C}_{10}\text{H}_{14}\text{N}_2$ است. مجموع شمار اتم‌ها در هر مولکول از این ترکیب، برابر ۲۶ است که با عدد اتمی آهن (ششمین عنصر واسطه) برابر است.

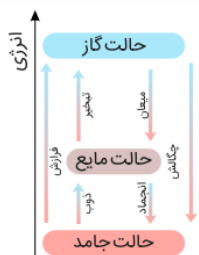
بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) در نیکوتین، گروه‌های عاملی آمینی وجود دارد. در گشنیز، گروه عاملی هیدروکسیل موجود است/
- (۲) در این ترکیب، ۱۰ اتم کربن با جرم ۱۲۰ گرم وجود دارد. ۱۰ اتم سیلیسیم، جرمی معادل با ۲۸۰ گرم دارد در نتیجه، با انجام جایگزینی ذکر شده، ۱۶۰ گرم به جرم مولی ترکیب افزوده می‌شود.
- (۳) فقط یکی از اتم‌های کربن در ساختار حلقه شش ضلعی، به اتم هیدروژن متصل نیست. ۱ اتم از ۱۰ اتم کربن، ۱۰ درصد آن را تشکیل می‌دهد.

سوال ۹۱- گزینه درست: ۳

ذوب، تبدیل جامد به مایع، و فرازش (تصعید)، تبدیل جامد به گاز است. برای تبدیل جامد به گاز، به گرمای بیشتری نیاز داریم. بررسی گزینه‌ها:

- (۱) نادرست؛ تبخیر، فرایندی گرماگیر و میعان، گرماده است؛ بنابراین، آنتالپی این دو واکنش، برابر نیست.
- (۲) نادرست؛ هر دو فرایند، گرماده هستند؛ ولی برای انجام فرایند میعان، نیاز است گرمای بیشتری از دست بدهد.
- (۴) نادرست؛ تغییر انرژی گرمایی در چگالش (تبدیل گاز به جامد)، بیشتر از میعان (تبدیل گاز به مایع) است.



سوال ۹۲- گزینه درست: ۲

$$\text{جرم مولی} \times \text{تغییر مول} = \frac{\text{سرعت متوسط تغییر جرم}}{\text{تغییرات زمان}}$$

$$\bar{R}_A = 3\bar{R}_D$$

$$M_{w(D)} = \frac{1}{3} M_{w(A)}$$

$$\bar{R}_A = \frac{\Delta n_A \times M_{w(A)}}{\Delta t}$$

$$\bar{R}_D = \frac{\Delta n_D \times M_{w(D)}}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta n_A \times M_{w(A)}}{\Delta t} = 3 \times \frac{\Delta n_D \times M_{w(D)}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta n_A = \Delta n_D$$

چون تغییرات مول A و مول D، برابر است، بنابراین، ضریب A و D هم برابر هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

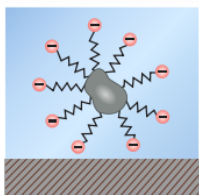
- (۱) نادرست؛ در بالا ثابت کردیم ضریب A و D، هم برابر هستند؛ پس تغییرات مول‌ها هم با هم برابر است.
- (۳) نادرست؛ سرعت واکنش، برابر با سرعت متوسط تغییر مول ماده، تقسیم بر ضریب استوکیومتری است.
- (۴) نادرست؛ اطلاعات داده شده در سؤال، برای نتیجه‌گیری که هر دو در یک سمت معادله واکنش قرار دارند یا نه، کافی نیست.

سوال ۹۳- گزینه درست: ۲

موارد «ب» و «ت» درست‌اند.

الف) درصد لکه باقی‌مانده بر روی پارچه نخی کمتر از پارچه پلی‌استری است؛ زیرا چربی با پارچه پلی‌استری که بخش بزرگ‌تری از آن دارای ساختار ناقطبی است جاذبه قوی‌تری از نوع واندروالسی برقرار می‌کند و جدا کردن لکه چربی از روی پارچه پلی‌استری دشوارتر است.

ب) مطابق شکل زیر در مخلوط آب و چربی و صابون، سطح بیرونی لکه‌های چربی، بار الکتریکی منفی دارند.

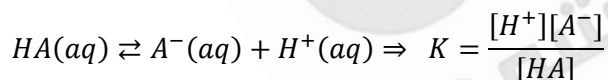


پ) در واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، دمای محیط افزایش می‌یابد، چون واکنش انجام شده گرماده است.

ت) اسید چرب، همان کربوکسیلیک اسید بوده ولی زنجیر هیدروکربنی (R) در آن طولانی است. در کربوکسیلیک اسیدها، گروه عاملی کربوکسیل (COOH-) وجود دارد.

سوال ۹۴- گزینه درست: ۳

معادله یونش اسید HA:



غلظت یون A^- با غلظت H^+ برابر است.

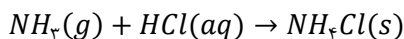
$$\Rightarrow K = \frac{5 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-5}}{6/25 \times 10^{-2}} = \frac{25 \times 10^{-10}}{6/25 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-8}$$

سوال ۹۵- گزینه درست: ۳

بر اساس قانون هنری، انحلال‌پذیری گاز آمونیاک در فشار ۰/۰۲ اتمسفر، یک پنجم انحلال‌پذیری آن در فشار ۰/۱ اتمسفر است؛ بنابراین غلظت محلول سیرشده آمونیاک در شرایط مذکور برابر است با:

$$g/272 = \frac{1}{5} \times 0/4 \times \frac{340}{100} = 0/272 \text{ atm}$$

$$ppm = \frac{0/272}{340 + 0/272} \times 10^6 \approx 800 \text{ ppm}$$



$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1} mol.L^{-1}$$

$$[H^+] = M \times a \Rightarrow M = 0.1 mol.L^{-1}$$

$$? mLHCl = 0.272 g NH_4 \times \frac{1 mol NH_4}{17 g NH_4} \times \frac{1 mol HCl}{1 mol NH_4} \times \frac{1000 mLHCl}{0.1 mol HCl} = 160 mLHCl$$

سوال ۹۶- گزینه درست: ۲

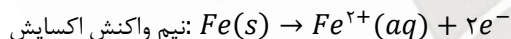
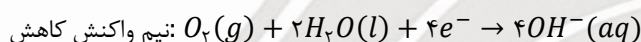
واکنش کلی در زنگ زدن آهن به شکل زیر است:



الف) نادرست- فلز (آهن) نقش کاهنده و نافلز (اکسیژن) نقش اکسنده دارد.

ب) درست- ابتدا Fe به Fe^{2+} و در مرحله بعد Fe^{2+} به Fe^{3+} تبدیل می‌شود. یون Fe^{3+} با یون OH^- تشکیل زنگ آهن با فرمول $Fe(OH)_3$ را می‌دهند.

پ) نادرست- رطوبت در نیم‌واکنش کاهش نقش دارد.



ت) درست- در واکنش کلی، Fe به حالت جامد، H_2O به حالت مایع و O_2 به حالت گاز است.

سوال ۹۷- گزینه درست: ۳

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست- سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.

گزینه ۲: نادرست- سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰ درصد دارد، در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا سه برابر افزایش می‌دهد.

گزینه ۳: درست. در این سلول، E° نیم‌واکنش آندی $H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-$ برابر صفر است. با توجه به اینکه $(emf = E^\circ_{کاتد} - E^\circ_{آند})$ می‌باشد، پس $(emf = E^\circ_{کاتد} - 0)$ است و نیم‌واکنش کاهش در سلول به صورت $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O$ می‌باشد.

گزینه ۴: نادرست. هر سلول سوختی سه جزء اصلی دارد. به طوری که شامل یک غشاء الکترود آند و الکترود کاتد است. در این سلول، آند و کاتد دارای کاتالیزگرهایی هستند که به نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش سرعت می‌بخشند.

سوال ۹۸- گزینه درست: ۲

آنتالپی فروپاشی شبکه بلور: $MgO > MgF_2$ ؛ زیرا چگالی بار $F^- > O^{2-}$ است.

سوال ۹۹- گزینه درست: ۴

بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف) درست است. مدل دریای الکترونی برخی خواص فیزیکی فلزات همچون رسانایی الکتریکی را توجیه می‌کند؛ اما قادر به توجیه رفتارهای شیمیایی نیست.

عبارت ب) نادرست است؛ زیرا نقطه ذوب $CaCl_2$ از $CaBr_2$ بیشتر است.

آزمون شبه کنکوری مرحله اول آموزشگاه کیمیا - فروردین ۱۴۰۴

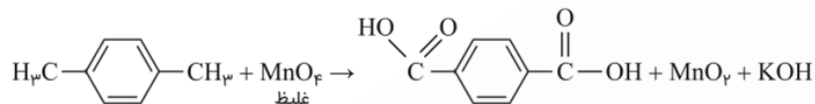
آدرس: شیراز - خیابان زرگری - کوچه ۱۵ - رو به رو مدرسه سادات رفیعی

عبارت (پ) نادرست است؛ زیرا در سیلیس هر اتم Si با چهار پیوند به چهار اکسیژن متصل است.

عبارت (ت) نادرست است؛ زیرا گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است. (دوازدهم - فصل ۳)

سوال ۱۰۰ - گزینه درست: ۱

از اکسایش پارازیلین در حضور KMnO_4 غلیظ می‌توان ترفتالیک اسید تهیه کرد.



سوال ۱۰۱ - گزینه درست: ۳

نام درست سایر ترکیب‌ها:

SrCl_2 : استرانسیم کلرید

AlF_3 : آلومینیوم فلئورید

TiO_2 : تیتانیوم (II) اکسید

سوال ۱۰۲ - گزینه درست: ۲

عامل تعیین روند تغییر نقطه جوش در مولکول‌های ناقطبی (I_2 , Br_2 , Cl_2) جرم مولی مولکول است که با افزایش جرم مولی، نقطه جوش هم افزایش می‌یابد؛ اما در روند تغییر نقطه جوش مولکول‌های قطبی (HBr , HCl , HF) مهم‌ترین عامل وجود پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های HF است که بیشترین نقطه جوش را دارد و پس از آن جرم مولی است که چون جرم مولی HBr بیشتر از HCl است، نقطه جوش بیشتری از آن دارد.

$\text{I}_2 > \text{Br}_2 > \text{Cl}_2$: نقطه جوش مولکول‌های ناقطبی

$\text{HF} > \text{HBr} > \text{HCl}$: نقطه جوش مولکول‌های قطبی

بررسی سایر گزینه‌ها:

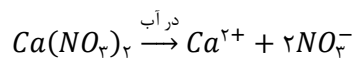
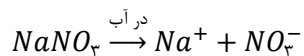
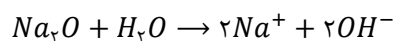
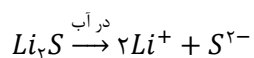
گزینه ۱: گشتاور، دوقطبی مولکول‌های دو اتمی جور هسته برابر با صفر است و با هم تفاوت ندارند.

گزینه ۳: روند تغییر نقطه جوش در مواد با مولکول‌های ناقطبی (I_2 , Br_2 , Cl_2) نسبت به جرم مولی افزایشی است، اما روند تغییر نقطه جوش در مواد با مولکول‌های قطبی، نسبت به جرم مولی نامنظم است.

گزینه ۴: فقط حالت فیزیکی برم (Br_2) در دمای اتاق (25°C) مایع است.

سوال ۱۰۳ - گزینه درست: ۲

محلولی که از انحلال آن در آب یون‌های بیشتری وارد آب شود، رسانایی الکتریکی بیشتری خواهد داشت:



سوال ۱۰۴- گزینه درست: ۲

آب، مانع از تماس مستقیم فسفر با اکسیژن هوا می شود و بدین ترتیب از سوختن فسفر سفید جلوگیری می کند در این صورت شرایط آب به عنوان یک بازدارنده عمل کرده است.

(دقت کنید! آب فقط از تماس مستقیم فسفر سفید با اکسیژن هوا جلوگیری می کند و نقشی در کاهش یا افزایش انرژی فعالسازی ندارد.)

سوال ۱۰۵- گزینه درست: ۲

معادله هیدروژن دار کامل آلکین به صورت زیر است:

