

آموزشگاه کیمیا
دخترانه پسرا



آزمون های جامع کیمیا

آزمون ۴ گزینه ای

سال تحصیلی ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴

پاسخنامه آزمون

جمعه

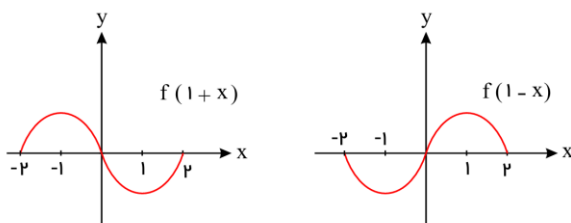
۱۱ مهرماه ۱۴۰۴

دوازدهم ریاضی استاندارد

ریاضیات

۱- پاسخ-گزینه ۴

نمودار تابع $y = f(1-x)$ را با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ رسم می‌کنیم:



برای رسم نمودار $f(1-x)$ ، نمودار $f(x)$ را یک واحد به سمت چپ می‌بریم و برای رسم نمودار $f(1+x)$ ، نمودار تابع $f(1-x)$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. مطابق شکل نمودار حاصل در فاصله‌های $[-2, -1]$ و $[1, 2]$ اکیداً نزولی است.

۲- پاسخ-گزینه ۴

چون مجموع دو قدر مطلق است که ضرایب x ها برابرند پس یک تابع گلدانی است.

$$y = |2x + 1| + |2x + k| \Rightarrow y = 2 \left(\left| x + \frac{1}{2} \right| + \left| x + \frac{k}{2} \right| \right)$$

$x = \frac{a+b}{2}$ محور تقارن است و a و b ریشه‌های عبارت داخل قدر مطلق می‌باشند، لذا $a = -\frac{1}{2}$ و

$b = -\frac{k}{2}$ بوده در نتیجه داریم:

$$-2 = \frac{-\frac{1}{2} - \frac{k}{2}}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} - \frac{k}{2} = -4 \Rightarrow k = 7$$

۳- پاسخ- گزینه ۴

$$1 \text{ گزینه } D_f = \mathbb{R} - \{0\} \neq D_g = \mathbb{R}$$

$$2 \text{ گزینه } f(-2) = (-2)^2 = 4, \quad g(-2) = -2|-2| = -2 \times 2 = -4 \Rightarrow f(-2) \neq g(-2)$$

$$3 \text{ گزینه } f(4) = 2, \quad g(4) = 3 \Rightarrow f(4) \neq g(4)$$

$$4 \text{ گزینه } D_f = D_g = \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{2(x^2+1)}{x^2+1} = 2 = g(x) \Rightarrow f, g \text{ برابرند.}$$

۴ پاسخ گزینه ۲

برای اینکه f و f^{-1} در بیش از یک نقطه همدیگر را قطع کنند چون f خطی است پس

$$f^{-1}(x) = f(x)$$

$$f(x+1) = ax - b \xrightarrow{x \rightarrow x-1} f(x-1+1) = a(x-1) - b \Rightarrow f(x) = ax - a - b$$

چون f یک تابع اکیداً صعودی است لذا باید $a > 0$

$$f(x) = ax - a - b \Rightarrow y + a + b = ax \Rightarrow x = \frac{y+a+b}{a} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + 1 + \frac{b}{a}$$

$$f^{-1}(x) = f(x) \Rightarrow ax - a - b = \frac{1}{a}x + 1 + \frac{b}{a} \Rightarrow a = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 = 1 \quad \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

$a = -1$ قابل قبول نیست چون تابع اکیداً صعودی است باید $a = 1$

$$-a - b = 1 + \frac{a}{b} \Rightarrow -1 - b = 1 + b \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = x \Rightarrow f^{-1}(2f(3)) = f^{-1}(2 \times 3) = f^{-1}(6) = 6$$

۵- پاسخ- گزینه ۱

طول راس سهمی برابر $\frac{5}{4}$ است زیرا باید وسط $x = 0$ و $x = 5$ (دو نقطه هم عرض) باشد.

$$x_S = \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{-a}{2} \rightarrow a = -5$$

$$f(0) = 4 \rightarrow -b = 4 \rightarrow b = -4$$

بنابراین $f(x) = x^2 - 5x + 4$ است.

$$\text{جمع ریشه ها} = -\frac{b}{a} = 5 \quad \text{و} \quad \text{ضرب ریشه ها} = \frac{c}{a} = 4$$

پس جمع ریشه ها یک واحد بیشتر از ضرب ریشه ها است.

۶- پاسخ- گزینه ۳

بررسی گزینه ها :

هم صعودی و هم نزولی = تابع ثابت : $[-3, 0]$ (گزینه ۱)

تابع صعودی : $[-3, +\infty)$ (گزینه ۲)

تابع اکیدا صعودی : $(-\infty, -3]$ (گزینه ۳)

تابع صعودی : $(-\infty, 0]$ (گزینه ۴)

۷- پاسخ- گزینه ۳

تابع به صورت زوج مرتب در صورتی یک به یک است که هیچ دو زوج مرتبی مولف دوم یکسانی نداشته باشد در غیر این صورت باید مولفه اول هم یکسان باشد.

f^2 را برای هر یک از گزینه ها به دست می آوریم:

گزینه ۱: $f^2 = \{(0, 0), (-2, 1), (2, 1)\}$

گزینه ۲: $f^2 = \{(2, 4), (3, 9), (-5, 4)\}$

گزینه ۳: $f^2 = \{(-1, 16), (1, 4), (4, 1)\}$

گزینه ۴: $f^2 = \{(3, 4), (-3, 4), (0, 0)\}$

ملاحظه می شود فقط f^2 مربوط به گزینه ۳ شرایط یک به یک بودن را داراست.

۸- پاسخ- گزینه ۴

ابتدا ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست می آوریم :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2g^2(x) - 1 = 2\sqrt{3x+1}^2 - 1 = 2(3x+1) - 1 = 6x + 1$$

بنابراین باید تابع وارون تابع $y = 6x + 1$ را حساب کنیم:

$$y = 6x + 1 \Rightarrow y - 1 = 6x \Rightarrow x = \frac{y-1}{6}$$

$$\text{بنابراین: } (f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x-1}{6}$$

۹- پاسخ- گزینه ۳

$$\sqrt{2x-3} + \sqrt{4(2x-3)} = x+1 \Rightarrow 3\sqrt{2x-3} = x+1$$

$$\Rightarrow 9(2x-3) = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 16x + 28 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \rightarrow 3\sqrt{4-3} = 2+1 \rightarrow 3=3 \\ x=14 \rightarrow 3\sqrt{28-3} = 14+1 \rightarrow 15=15 \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول اند چون در معادل صدق می کنند.

۱۰- پاسخ- گزینه ۱

با تغییر متغیر $\sqrt{\frac{3+x}{1-2x}} = t$ خواهیم داشت:

$$t + \frac{1}{t} = 2 \Rightarrow t^2 + 1 = 2t$$

$$\Rightarrow (t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = \frac{3+x}{1-2x} = 1 \Rightarrow 3+x = 1-2x \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

۱۱- پاسخ- گزینه ۳

دامنه توابع f و g به صورت زیر است:

$$x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$a-x \geq 0 \Rightarrow x \leq a \Rightarrow D_g = (-\infty, a]$$

چون $D_{f+g} = D_f \cap D_g = [1, 6]$ می باشد پس می توان نتیجه گرفت که $a = 6$

همچنین داریم :

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = \sqrt{2-1} + \sqrt{6-2} + b = 5 \Rightarrow 1+2+b = 5 \Rightarrow b = 2$$

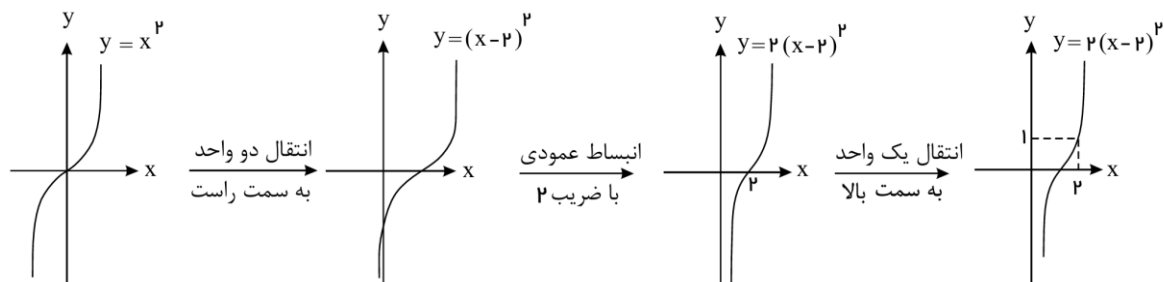
$$\Rightarrow 2a - b = 2(6) - 2 = 10$$

۱۲- پاسخ- گزینه ۱

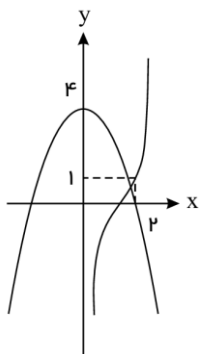
برای رسم نمودار تابع $y = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 15$ ، ابتدا ضابطه آن را ساده تر نوشته و سپس به کمک نمودار $y = x^3$ آن را رسم می کنیم:

$$y = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 15 = 2(x^3 - 6x^2 + 12x) - 15$$

$$= 2((x-2)^3 + 8) - 15 = 2(x-2)^3 + 1$$



حال با رسم این تابع و همچنین تابع $y = 4 - x^2$ در یک دستگاه مختصات داریم:



دو نمودار یکدیگر را در ناحیه اول قطع می کنند.

۱۳- پاسخ- گزینه ۱

$$x \in \mathbb{Z} : f(f(f(x))) = f(f(3)) = f(3) = 3 = f(x)$$

$$x \notin \mathbb{Z} : f(f(f(x))) = f(f(\frac{1}{3})) = f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{3} = f(x)$$

۱۴- پاسخ- گزینه ۴

$$\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2} = \frac{3(2x + 1)^3}{(2x + 1)^4} = \frac{3}{2x + 1}$$

فرض : $x^2 + x = 1 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 5$
 $\Rightarrow (2x + 1)^2 = 5 \Rightarrow 2x + 1 = \sqrt{5}$
 حاصل عبارت $= \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} = 0,6\sqrt{5}$

۱۵ پاسخ گزینه ۲

$$-2 \leq x \leq 3 \xrightarrow{\times(-2)} -6 \leq -2x \leq 6 \xrightarrow{+2} -4 \leq -2x + 2 \leq 8$$

$$\Rightarrow -4 \leq g(x) \leq 8 \Rightarrow \text{برد تابع } g = [-4, 8]$$

۱۶- پاسخ- گزینه ۱

با توجه به اینکه تابع $Y = X$ همانی است خواهیم داشت:

$$4a + b = 4a^2 + b + 1 \Rightarrow 4a^2 - 4a + 1 = 0 \Rightarrow (2a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$4a + b^2 = 2b + 1 \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} 2 + b^2 = 2b + 1 \Rightarrow b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b - 1)^2 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + b = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

۱۷- پاسخ- گزینه ۱

باید x را بر حسب y حل کنیم، که داریم:

$$y = (x - 1)^3 - 1 \Rightarrow (x - 1)^3 = y + 1 \Rightarrow x - 1 = \sqrt[3]{y + 1} \Rightarrow x = 1 + \sqrt[3]{y + 1}$$

$$y = f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x + 1}$$

۱۸- پاسخ- گزینه ۴

با توجه $y = f^2 + 4f = (f + 2)^2 - 4$ داریم

$$-3 \leq f(x) < 4$$

$$\Rightarrow -1 \leq f(x) + 2 < 6 \Rightarrow 0 \leq (f(x) + 2)^2 < 36$$

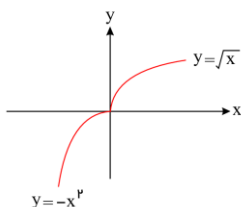
$$\Rightarrow -4 \leq (f(x) + 2)^2 - 4 < 32$$

پس برد این تابع شامل اعداد صحیح $-4, -3, \dots, 31$ است که جمعاً ۳۶ تا است

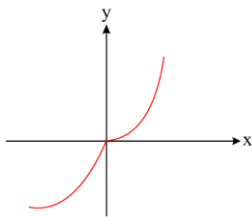
۱۹- پاسخ- گزینه ۳

$$\log_{x-2}^{x-4} \rightarrow D : \begin{cases} x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \\ 4 - x > 0 \Rightarrow x < 4 \Rightarrow x \in (2, 4) - \{3\} \\ 4 - x \neq 1 \Rightarrow x \neq 3 \end{cases}$$

۲۰- پاسخ- گزینه ۱

نمودار تابع f به صورت زیر است:

اگر این نمودار را نسبت به خط $y = x$ قرینه کنیم نمودار تابع وارون تابع f به دست می‌آید که به صورت زیر است.



۲۱- پاسخ- گزینه ۴

نکته: اگر A ماتریس مربعی $n \times n$ و k عدد حقیقی باشد، آنگاه $|kA| = k^n |A|$.

طبق فرض داریم:

$$|A| = |4A| = 4^3 |A| = 4^3 \times 4 = 4^4 = 256$$

۲۲- پاسخ- گزینه ۲

ماتریس A^2 را یافته و در رابطه داده شده قرار می‌دهیم:

روش اول:

$$A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha + \beta & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha + \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 13 \end{cases}$$

روش دوم: (نکته) هر ماتریس 2×2 مانند A در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - (a+d)A + |A|I = \overline{O}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - 2A - 13I = \overline{O} \Rightarrow A^2 = 2A + 13I \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 13$$

۲۳- پاسخ- گزینه ۲

A^{-1} را از سمت چپ در رابطه ماتریسی ضرب می‌کنیم:

$$AX = A - 2I \xrightarrow{A^{-1} \times} \underbrace{A^{-1}AX}_{I} = A^{-1}(A - 2I) \Rightarrow X = A^{-1}A - 2A^{-1}I$$

$$\Rightarrow X = I - 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \times \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

۲۴- پاسخ- گزینه ۳

ابتدا ماتریس $2A - B$ را تشکیل می‌دهیم:

$$2A - B = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(2A - B) \times B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها} = -4 + 2 + 2 + 4 = 4$$

۲۵- پاسخ- گزینه ۲

ابتدا ماتریس A^2 را یافته و از روی آن ماتریس‌های A^6 و A^9 را به دست می‌آوریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{cases} A^9 = (A^2)^3 \cdot A = (I)^3 \cdot A = I \cdot A = A \\ A^6 = (A^2)^3 = (I)^3 = I \end{cases}$$

$$A^9 - A^6 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

۲۶- پاسخ- گزینه ۲

حاصل ضرب دو ماتریس را به دست می‌آوریم:

$$\begin{bmatrix} x & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 2x - 1 + 4y & -2x + 4 \\ 4 + 3 + y & -4 + 1 \end{bmatrix}$$

درایه‌های خارج قطر اصلی باید صفر باشند یعنی:

$$\begin{cases} -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ 7 + y = 0 \Rightarrow y = -7 \end{cases}$$

۲۷- پاسخ- گزینه ۳

حاصل دترمینان را با بسط دادن نسبت به سطر اول محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{vmatrix} 0 & x-3 & x-2 \\ x+3 & 0 & -4 \\ x+2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = -(x-3)(4x+8) + (x-2)(6x+18) = 0$$

$$\Rightarrow -4x^2 - 8x + 12x + 24 + 6x^2 + 18x - 12x - 36 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 10x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -6$$

۲۸- پاسخ- گزینه ۱

طبق فرض داریم :

$$A^3 - 2A^2 + 3A - 2I = \bar{O} \xrightarrow{\text{طرفین در } A \text{ ضرب شود}} A^4 - 2A^3 + 3A^2 - 2A = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{A^2 = 2A^2 - 3A + 2I} A^4 - 2(2A^2 - 3A + 2I) + 3A^2 - 2A = \bar{O}$$

$$\rightarrow A^4 - 4A^2 + 6A - 4I + 3A^2 - 2A = \bar{O} \rightarrow A^4 - A^2 + 4A - 4I = \bar{O}$$

$$\rightarrow A^4 = A^2 - 4A + 4I$$

۲۹- پاسخ- گزینه ۱

با توجه به فرض سوال و استفاده از اتحاد مزدوج داریم :

$$A = 2A^{-1} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } A} A^2 = 2A^{-1}A \rightarrow A^2 = 2I \rightarrow A^2 - I = I$$

$$(A - I)(A + I) = I \rightarrow (A + I)^{-1} = A - I$$

۳۰- پاسخ- گزینه ۱

با توجه به فرض سوال داریم :

$$AB = B \xrightarrow{A=BA} \underbrace{BAB}_B = B \rightarrow B^r = B$$

$$BA = A \xrightarrow{B=AB} \underbrace{ABA}_A = A \rightarrow A^r = A$$

$$(A+B)(A-B) = \underbrace{A^r}_A - \underbrace{AB}_B + \underbrace{BA}_A - \underbrace{B^r}_B = 2A - 2B$$

۳۱- پاسخ- گزینه ۱

می‌دانیم برای ماتریس مربعی و وارون پذیر X رابطه $X \cdot X^{-1} = I$ برقرار است پس داریم:

$$(A-I)(A-I)^{-1} = I \rightarrow A(A-I)^{-1} - I(A-I)^{-1} = I$$

$$\rightarrow A(A-I)^{-1} = I + (A-I)^{-1}$$

$$\rightarrow A(A-I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

۳۲- پاسخ- گزینه ۳

چون دستگاه $\begin{cases} mx - ny = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد پس:

$$\frac{m}{2} = \frac{-n}{1} = \frac{3}{1} \Rightarrow \begin{cases} m = 6 \\ n = -3 \end{cases}$$

دستگاه دوم به صورت روبرو است: $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 6x + 4y = -1 \end{cases}$

چون $\frac{3}{6} = \frac{2}{4} \neq \frac{1}{-1}$ پس دو خط متناظر با معادله‌های این دستگاه موازی هم بوده و در نتیجه دستگاه دوم فاقد جواب است.

۳۳- پاسخ- گزینه ۴

نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ آنگاه $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

نکته: در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در صورت وجود جواب منحصر بفرد، با فرض $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ و A^{-1} (وارون ماتریس ضرایب) و $B = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$ ، جواب‌های دستگاه از دستور $X = A^{-1}B$ حاصل می‌شود.

در دستگاه $\begin{cases} ax + 4y = 7 \\ 2x + by = 4 \end{cases}$ ماتریس ضرایب بفرم $A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 2 & b \end{bmatrix}$ می‌باشد. پس:

$$A^{-1} = \frac{1}{ab-8} \begin{bmatrix} b & -4 \\ -2 & a \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \begin{bmatrix} 3 & c \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{b}{ab-8} & \frac{-4}{ab-8} \\ \frac{-2}{ab-8} & \frac{a}{ab-8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & c \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{ab-8} = 3 \\ \frac{-4}{ab-8} = c \xrightarrow{(1)} \frac{-4}{1} = c \Rightarrow c = -4 \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \\ \frac{-2}{ab-8} = -2 \Rightarrow ab-8 = 1 \quad (1) \\ \frac{a}{ab-8} = 3 \end{cases}$$

می‌دانیم در دستگاه فوق مجموعه جواب دستگاه از دستور $X = A^{-1}B$ حاصل می‌شود. پس:

$$x = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases}$$

پس مجموع جواب دستگاه $x + y = 3$ می‌باشد

۳۴- پاسخ- گزینه ۱

می‌دانی میانگین ۵ عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی است. بنابراین:

$$\frac{x + y + z + t + n}{5} = z$$

فرض: $z = 2k \Rightarrow t = 2k + 1 \Rightarrow n = 2k + 2$

$$6z + 5n = 6(2k) + 5(2k + 2) = 22k + 10 = 2(\underbrace{11k + 5}_q) = 2q$$

۳۵- پاسخ- گزینه ۲

(اثبات الف)

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{n+1}{2}$$

مثال نقض ب) اگر $\alpha = \sqrt{2}$ و $\beta = -\sqrt{2}$ ، آن گاه $\alpha + \beta = 0$ عددی گویاست ولی $\alpha - \beta = 2\sqrt{2}$ گنگ است.
اثبات پ) دو عدد متوالی را به صورت a و $a + 1$ در نظر می گیریم:

$$(a+1)^3 - a^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1 - a^3 = \underbrace{3a(a+1)}_{2q} + 1 = \underbrace{6q+1}_{\text{فرد}}$$

مثال نقض ت) اگر $n = 3$ باشد، آن گاه داریم:

$$2^{3^2} + 1 = 2^9 + 1 = 513 = 3 \times 171 \Rightarrow \text{اول نیست}$$

پس عبارتهای ب و ت مثال نقض دارند.

۳۶- پاسخ- گزینه ۳

به کمک برهان خلف می توان ثابت کرد حاصل ضرب عبارتهای $(x_1 - y_1), (x_2 - y_2), \dots, (x_n - y_n)$ همواره زوج است.

۳۷- پاسخ- گزینه ۳

به کمک برهان خلف می توان ثابت کرد هر دو عبارت گنگ هستند. به طور مثال ثابت می کنیم $2\alpha - \beta$ گنگ است.

برهان خلف: فرض می کنیم $2\alpha - \beta$ گویا باشد

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض : } 2\alpha - \beta = \underbrace{c}_{\text{گویا}} \\ \alpha + \beta = \underbrace{c'}_{\text{گویا}} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 3\alpha = c + c' \rightarrow \underbrace{\alpha}_{\text{گویا}} = \underbrace{\frac{c+c'}{3}}_{\text{گویا}} \quad (\text{متناقض است})$$

۳۸- پاسخ- گزینه ۲

گزینه ۱

$$a^2 + ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2a^2 + 2ab + 2b^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2 + 2ab) + a^2 + b^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a+b)^2 + a^2 + b^2 \geq 0$$

گزینه ۳

$$a^2 + ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + ab + \frac{b^2}{4} + \frac{3b^2}{4} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} \geq 0$$

گزینه ۴

$$a^2 + ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4} + ab + b^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3a^2}{4} + \left(\frac{a}{2} + b\right)^2 \geq 0$$

۳۹- پاسخ- گزینه ۲

$$x^2 + 5y^2 \geq 3(x + y + xy - 3) \Leftrightarrow x^2 + 5y^2 \geq 3x + 3y + 3xy - 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5y^2 - 3x - 3y - 3xy + 9 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 10y^2 - 6x - 6y - 6xy + 18 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 6x + 9) + (9y^2 - 6xy + x^2) + (y^2 - 6y + 9) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (3y - x)^2 + (y - 3)^2 \geq 0 \text{ همواره درست}$$

۴۰- پاسخ- گزینه ۴

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} = \text{زوج} \rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = \overbrace{\text{زوج}}^{2k} \Rightarrow n(n+1) = 4k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 4k \rightarrow 1 \leq 4k \leq 100 \Rightarrow 1 \leq k \leq 25 \\ \text{یا} \\ n + 1 = 4k \rightarrow n = 4k - 1 \Rightarrow 1 \leq 4k - 1 \leq 100 \Rightarrow 1 \leq k \leq 25 \end{cases}$$

پس در مجموع به ازای ۵۰ مقدار طبیعی n عبارت $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ عددی زوج است.

فیزیک

۴۱- پاسخ- گزینه ۴

تمام جمله‌هایی که در سوال گفته شده درست هستند.

۴۲- پاسخ- گزینه ۳

با استفاده از این رابطه $\frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{L - L_1}{L_2 - L_1}$ و جایگذاری مقادیر در آن داریم:

°C	mm	
۷۵	۶۰	
۱۰۰	x	
۲۵	۲۰	

$$\frac{100 - 25}{75 - 25} = \frac{x - 20}{60 - 20} \Rightarrow \frac{75}{50} = \frac{x - 20}{40}$$

$$\Rightarrow 15 = \frac{x - 20}{4} \Rightarrow x = 80 \text{ mm}$$

۴۳- پاسخ- گزینه ۲

ابتدا دمایی را که در آن دماسنج سلسیوس و فارنهایت عددی یکسان را نشان می‌دهند به دست می‌آوریم:

$$F = \theta \Rightarrow \frac{9}{5}\theta + 32 = \theta \Rightarrow \theta = -40^\circ\text{C}, F = -40^\circ\text{F}$$

حال دمای محیط را بر حسب کلوین محاسبه می‌کنیم:

$$T = \theta + 273 = -40 + 273 = 233 \text{ K}$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$T + F + \theta = 233 + (-40) + (-40) = 153$$

۴۴- پاسخ- گزینه ۲

دمای هر دو میله A و B به اندازه $T_1 - 0$ افزایش یافته است و تغییرات طول آن‌ها را براساس اطلاعات روی نمودار می‌توان به این صورت حساب نمود:

$$\frac{\Delta L_A = \alpha_A L_{1A} \Delta T}{\Delta L_B = \alpha_B L_{1B} \Delta T} \Rightarrow \frac{180 - 100}{180 - 150} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{100}{150} \times 1 \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = 4$$

۴۵- پاسخ- گزینه ۲

برای اینکه فاصله میله‌ها به صفر برسد، باید مجموع تغییر طول میله‌ها برابر فاصله میله‌ها، یعنی (L) باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \Delta L_1 + \Delta L_2 &= L \Rightarrow L_1 \alpha_1 \Delta \theta_1 + L_2 \alpha_2 \Delta \theta_2 = L \\ \frac{L_1=1\text{ m}, L_2=2\text{ m}, \alpha_1=24 \times 10^{-6} \text{ 1/K}}{\Delta \theta_1=\Delta \theta_2=50^\circ \text{ C}, \alpha_2=19 \times 10^{-6} \text{ 1/K}} &\rightarrow 1 \times 24 \times 10^{-6} \times 50 + 2 \times 19 \times 10^{-6} \times 50 = L \\ \Rightarrow (1200 + 1900) \times 10^{-6} &= L \Rightarrow L = 3/1\text{ mm} \end{aligned}$$

۴۶- پاسخ- گزینه ۳

گام اول

الف) طول یک میله آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس یک میلی‌متر بیشتر از طول یک میله مسی در همین دما است $\leftarrow L_{1Cu} = L_{1Fe} - 10^{-3}$

ب) اگر دمای میله‌ها را به ۱۰۰ درجه سلسیوس برسانیم، طول میله مسی ۰/۵ میلی‌متر بیشتر از طول میله آهنی خواهد شد $\leftarrow L_{2Cu} = L_{2Fe} + 0/5 \times 10^{-3}$

گام دوم

با استفاده از رابطه $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$ ، طول اولیه میله آهنی را محاسبه می‌کنیم

$$\Delta L_{Cu} = L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta \theta = L_{Cu} \times 1/\lambda \times 10^{-5} \times 100 = 1/\lambda \times 10^{-3} L_{Cu} \quad (I)$$

$$\Delta L_{Fe} = L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta \theta = L_{Fe} \times 1/\nu \times 10^{-5} \times 100 = 1/\nu \times 10^{-3} L_{Fe} \quad (II)$$

$$L_{Cu} - L_{Cu'} = L_{Fe} + 0/\omega \times 10^{-3} - L_{Fe} + 10^{-3}$$

$$\xrightarrow{(I)} 1/\lambda \times 10^{-3} L_{Cu} = \Delta L_{Fe} + 1/\omega \times 10^{-3}$$

$$\xrightarrow{(II)} 1/\lambda \times 10^{-3} (L_{Fe} - 10^{-3}) = 1/\nu \times 10^{-3} L_{Fe} + 1/\omega \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 0/6 L_{Fe} - 0/6 \times 10^{-3} = 0/4 L_{Fe} + 0/5$$

$$\Rightarrow 0/2 L_{Fe} = 0/6 \times 10^{-3} + 0/5 \Rightarrow L_{Fe} = 2/503m$$

۴۷- پاسخ- گزینه ۴

$$A_2 = A_1(1 + 2\alpha\Delta\theta)$$

$$A_2 = 50(1 + 2 \times 2/3 \times 10^{-5} \times 80) = 50 + 0/184 = 50/184 cm^2$$

۴۸- پاسخ- گزینه ۱

تغییر حجم بنزین برای سرریز شدن باید $\Delta V = (25 cm)A$ باشد. بنابراین :

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T \Rightarrow 25A = (475A) \times 10^{-3} \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{10^3}{19} K \simeq 52/63$$

بنابراین دمای ثانویه برابر است با :

$$T_2 = T_1 + \Delta T = 263 + 52/63 = 315/63 K \Rightarrow \theta_2 = 42/63 ^\circ C$$

حال دمای ثانویه را بر حسب فارنهایت به دست می آوریم :

$$F_2 = \frac{9}{5} \theta_2 + 32 = \frac{9}{5} (42/63) + 32 = 108/73 ^\circ F$$

به نظر می‌رسد طراح ارتفاع اولیه بنزین را $5m$ متر در نظر داشته است اگر $h_1 = 5m$ باشد به گزینه ۱ می‌رسیم. سنجش پاسخ این تست را گزینه ۱ اعلام کرده است، اما ادبیات ابتدایی سوال کمی بد است.

۴۹- پاسخ- گزینه ۴

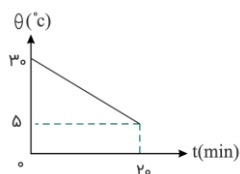
گام اول

الف) جرمی به جرم 300 گرم $\leftarrow m = 300g = 0.3kg$

ب) با آهنگ ثابت 3 وات گرما گرفته‌ایم $\leftarrow P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{mc\Delta\theta}{\Delta t} = 3W$

ج) گرمای ویژه این جسم چند $J/Kg.K$ است؟ $\leftarrow c = ?$

گام دوم



با توجه به نمودار و رابطه توان، به راحتی C به دست می‌آید؛ بنابراین:

$$\begin{cases} P = \frac{mc\Delta\theta}{\Delta t} \\ \Delta t = 120 \text{ min} = 7200 \text{ s} \\ \Delta\theta = \Delta T \Rightarrow \Delta T = 30 - 5 = 25K \\ P = 3W \\ m = 0.3kg \end{cases} \Rightarrow 3 = \frac{0.3 \times c \times 25}{7200} \Rightarrow c = 480 J/kg.K$$

توجه شود که تغییرات دما بر حسب سلسیوس و کلوین با هم برابر است.

۵۰- پاسخ- گزینه ۲

گرما فقط بین آب و گرماسنج مبادله می شود بنابراین داریم :

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) + C_{\text{گرماسنج}} (\theta_e - \theta_{\text{گرماسنج}}) = 0$$

دمای تعادل $\theta_e =$

$$0/5 \times 4200(35 - 45) + C_{\text{گرماسنج}} (35 - 20) = 0 \Rightarrow C_{\text{گرماسنج}} = 1400 \text{ J/kg.K}$$

۵۱- پاسخ- گزینه ۱

گام اول

الف) ۱۰۰ گرم آب صفر درجه سلسیوس ۱۶۸۰ ژول گرما می دهیم .

$$m = 100 \text{ g} = 0/1 \text{ kg} , \theta_1 = 0^\circ \text{C} , Q = 1680 \text{ J} \leftarrow$$

ب) حجم آب چه تغییری می کند ؟ $\leftarrow \Delta V = ?$

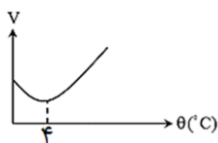
گام دوم

می دانیم حجم آب ابتدا از 0°C تا 4°C کاهش می یابد و سپس از آن افزایش می یابد.

ابتدا باید دمای نهایی آب را محاسبه کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{c=4200 \text{ J/kg}^\circ \text{C}} 1680 = 0/1 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 4^\circ \text{C}$$

بنابراین با دادن ۱۶۸۰ ژول گرما، دمای آب از صفر درجه سلسیوس تا ۴ درجه سلسیوس تغییر کرده است. با توجه به نمودار حجم- دما، حجم آب در این بازه دمایی کاهش می یابد.



۵۲- پاسخ- گزینه ۲

گام اول

الف) دو کره فلزی همجنس A و B ← $\rho_A = \rho_B$, $c_A = c_B$

ب) اولی توپر به شعاع 20 cm ← $R_A = 20\text{ cm}$

ج) دیگری توخالی که شعاع خارجی آن 20 cm و شعاع داخلی آن 10 cm ← $R_B = 20\text{ cm}$, $r_B = 10\text{ cm}$

د) اگر به دو کره، به یک اندازه گرما بدهیم ← $Q_A = Q_B$

ه تغییر حجم کره A برابر ΔV_A و تغییر حجم فلز به کار رفته در کره B برابر ΔV_B است نسبت $\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}$

کدام است؟ ← $\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}$

گام دوم

با توجه به رابطه انبساط حجمی در کره توپر و کره توخالی و همچنین رابطه گرما خواهیم داشت:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta T_A = m_B c_B \Delta T_B \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\Delta T_B}{\Delta T_A}$$

نسبت حجمی واقعی دو کره را نوشته تا نسبت جرمها و نهایتاً نسبت تغییرات دما به دست آید:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{4}{3}\pi(R_B^3 - r_B^3)}{\frac{4}{3}\pi R_A^3} = \frac{(20)^3 - (10)^3}{(20)^3} = \frac{7}{8}$$

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A V_A}{\rho_B V_B} = \frac{1}{8} \xrightarrow{*} \frac{\Delta T_B}{\Delta T_A} = \frac{1}{8}$$

اکنون نسبت تغییرات حجمی کرهها را به دست می آوریم

$$\Delta V = V \beta \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A \beta \Delta T_A}{V_B \beta \Delta T_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} = \frac{1}{8} \times \frac{8}{1} = 1$$

۵۳- پاسخ- گزینه ۳

گام اول

الف) یک قطعه ۵۰۰ گرمی از مس که دمای آن 67°C است. $\leftarrow \theta_{Cu} = 67^{\circ}\text{C}$, $m_{Cu} = 500\text{g} = 0.5\text{kg}$

ب) ظرفی عایق حرارت که حاوی ۳۸۰ گرم آب در دمای 20°C است. $\leftarrow \theta_W = 20^{\circ}\text{C}$, $m_W = 380\text{g} = 0.38\text{kg}$

ج) دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ $\leftarrow \theta_e = ?$

گام دوم

کافی است از رابطه تعادل گرمایی استفاده کنیم:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= 0 \rightarrow m_{Cu} c_{Cu} (\theta_e - 67) + m_W c_W (\theta_e - 20) = 0 \\ \frac{c_W = 4200\text{J/kg}^{\circ}\text{C}}{c_{Cu} = 380\text{J/kg}^{\circ}\text{C}} &\rightarrow 0.5 \times 380 \times (\theta_e - 67) \\ &= -0.38 \times 4200 \times (\theta_e - 20) \Rightarrow \theta_e = 25^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

۵۴- پاسخ- گزینه ۱

گام اول یک کیلوگرم یخ -10°C درجه سلسیوس را به آب تبدیل می‌کند.

$\leftarrow \theta_2 = 0^{\circ}\text{C}$, $\theta_1 = -10^{\circ}\text{C}$, $m_{\text{یخ}} = 1\text{kg}$

گام دوم

برای درک مسئله، تغییر دما و تغییر حالت یخ را به صورت طرح وارہ زیر نمایش می‌دهیم.

آب 0°C درجه $\xrightarrow{Q_2}$ یخ -10°C درجه $\xrightarrow{Q_1}$

پس یخ در دو مرحله گرما می‌گیرد یک بار به یخ صفر درجه و سپس به آب صفر درجه تبدیل می‌شود،

بنابراین:

$$\begin{cases} Q = Q_1 + Q_2 \\ Q_1 = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = mc\Delta\theta + mL_f \frac{L_f = 334 \times 10^3 \text{ J/kg}}{c_{\text{یخ}} = 2100 \text{ J/kg.k}} \\ Q_2 = mL_f \end{cases}$$

$$Q = 1 \times 2100 \times (0 - (-10)) + 1 \times 334 \times 10^3$$

$$= 21 \times 10^3 + 334 \times 10^3 = 355 \times 10^3 \text{ J} = 355 \text{ kJ}$$

۵۵- پاسخ- گزینه ۴

مدت زمانی که لازم است تا یخ 10°C به یخ 0°C تبدیل شود را t_1 می‌نامیم و گرمای لازم برای این کار برابر است با:

یخ صفر $\rightarrow$ یخ 10°C

$$Q = mc\Delta\theta = 0/2 \times 2100 \times 10 = 4200 \text{ J}$$

$$\frac{1 \text{ s}}{t_1} \frac{210 \text{ J}}{4200 \text{ J}} \Rightarrow t_1 = \frac{4200}{210} = 20 \text{ s} \Rightarrow 2 \text{ و } 20 \text{ گزینه‌های ۱ و ۲}$$

مدت زمانی که لازم است تا یخ 0°C به آب 0°C تبدیل شود را t_2 می‌نامیم و اندازه آن را به این ترتیب به دست می‌آوریم:

آب صفر $\rightarrow$ یخ صفر

$$Q = mL_F = 0/2 \times 336000 = 67200 \text{ J}$$

$$\frac{1 \text{ s}}{t_2} \frac{210 \text{ J}}{67200 \text{ J}} \Rightarrow t_2 = \frac{67200}{210} = 320 \text{ s}$$

$$\Rightarrow t = t_1 + t_2 = 20 + 320 = 340 \text{ s} \Rightarrow 3 \text{ گزینه ۳}$$

بنابراین گزینه ۴ درست است. اما بیاید قسمت سوم نمودار را هم بررسی کنیم.

مدت زمانی که لازم است تا آب 0°C به آب 10°C تبدیل شود را t_3 می‌نامیم و اندازه آن را به این ترتیب به دست می‌آوریم:

$$10^{\circ}\text{C} \rightarrow 20^{\circ}\text{C}$$

$$Q = mc\Delta\theta = 0.2 \times 4200 \times 10 = 8400 \text{ J}$$

$$\frac{1 \text{ s}}{t_3} \frac{210 \text{ J}}{8400 \text{ J}} \Rightarrow t_1 = \frac{8400}{210} = 40 \text{ s}$$

از بین گزینه‌ها تنها گزینه ۴ این ویژگی را دارد و سه گزینه دیگر این زمان را به اشتباه ۲۰ ثانیه نشان می‌دهند.

۵۶- پاسخ- گزینه ۳

نکته: سرعت متوسط برابر است با نسبت جابجایی به زمان طی کردن جابجایی

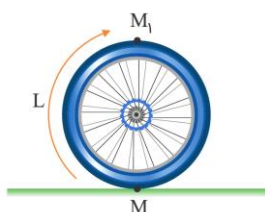
$$\bar{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

نکته: تندی متوسط برابر است با نسبت مسافت طی شده به زمان طی کردن آن مسافت

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

نکته: وقتی یک دایره (مثلاً چرخ یک دوچرخه) یک دور کامل روی سطح بچرخد، هر نقطه روی محیط آن به اندازه محیط دایره مسافت طی شده خواهند داشت.

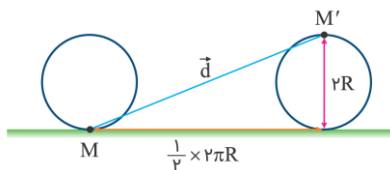
اگر نقطه‌ای مثل M در شکل در تماس با زمین قرار داشته باشد پس از نیم دور چرخش دوچرخه مسافتی معادل با نصف محیط را طی می‌کند تا به نقطه M_1 برسد.



مرکز چرخ به اندازه نصف محیط دایره رو به جلو حرکت می‌کند و نصف محیط دایره برابر است با:

$$\ell = \frac{1}{\varphi} \times \varphi \pi R = \pi R = \varphi R$$

برای محاسبه جابجایی نقطه مورد نظر ($\vec{d}$) به شکل زیر دقت کنید:



$$|\vec{d}| = \sqrt{(\pi R)^2 + (2R)^2} = \sqrt{9R^2 + 4R^2} = R\sqrt{13}$$

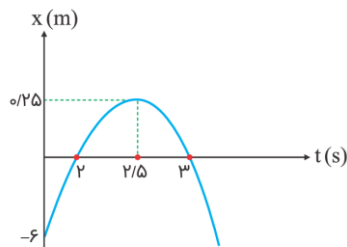
$$\frac{|\vec{v}_{av}|}{s_{av}} = \frac{\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}}{\frac{\ell}{\Delta t}} = \frac{|\vec{d}|}{\ell} = \frac{R\sqrt{13}}{\varphi R} = \frac{\sqrt{13}}{\varphi}$$

۵۷- پاسخ- گزینه ۱

در لحظه‌های t ، t_2 و t_3 چون خط مماس افقی است پس تندی صفر است. اما در لحظه t_1 شیب مثبت و تندی از لحظه‌های دیگر بیشتر است.

۵۸- پاسخ- گزینه ۴

نمودار مکان- زمان متحرک را رسم می‌کنیم.



$$x = -t^2 + 5t - 6 = 0 \Rightarrow t = 2s, t = 3s$$

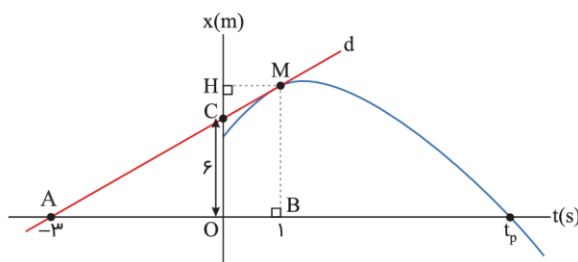
$$t_{\text{رأس}} = 2/5s, x_{\text{رأس}} = 0/25m$$

با توجه به نمودار در بازه $(2/5s, 3s)$ طول بردار مکان متحرک در حال کاهش است و حرکت متحرک تند شونده است. پس تندی متوسط در این بازه را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|0 - 0/25|}{3 - 2/5} = \frac{0/25}{0/5} = \frac{1}{2} m/s$$

۵۹- پاسخ- گزینه ۲

گام اول: سرعت متحرک در لحظه $t = 1s$ برابر است با شیب خط مماس بر نمودار مکان زمان در لحظه $t = 1s$ ، بنابراین:



$$v_1 = d \text{ شیب خط } = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{6}{3} = 2 m/s$$

دقت کنید که محل برخورد خط d با محور زمان یعنی نقطه A لحظه $t = -3s$ است اگرچه زمان منفی معنی ندارد اما برای محاسبه شیب خط استفاده از آن اشکالی ندارد.

گام دوم: برای محاسبه سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه $t = 1s$ و $t = t_p$ لازم است تا مکان متحرک را در لحظه $t = 1s$ محاسبه کنیم یعنی اندازه $\overline{OH}$ با نوشتن رابطه تشابه بین دو مثلث $\triangle AOC$ و $\triangle ABM$ داریم:

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{BM}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{6}{\overline{BM}} = \frac{3}{3+1} \Rightarrow \frac{6}{\overline{BM}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overline{BM} = 8m \Rightarrow \overline{OH} = 8m$$

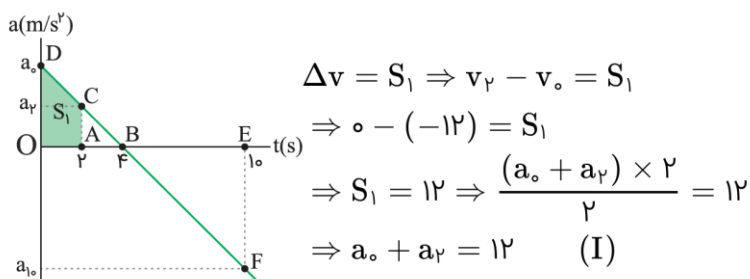
$$v_{av(1, t_p)} = \frac{x_p - x_M}{t_p - 1} = \frac{0 - 8}{t_p - 1} \Rightarrow |v_{av(1, t_p)}| = \frac{8}{t_p - 1}$$

گام سوم: سرعت متحرک در لحظه $t = ۱s$ با اندازه سرعت متوسط بین دو لحظه $t = t_p$ و $t = ۱s$ برابر است، پس:

$$v_1 = |v_{av(1, t_p)}| \Rightarrow v = \frac{\Delta}{t_p - 1} \Rightarrow t_p - 1 = ۴ \Rightarrow t_p = ۵s$$

۶۰- پاسخ- گزینه ۱

گام اول: سرعت متحرک در مبدا زمان برابر $۱۲m/s$ - و در لحظه $t = ۲s$ چون تغییر جهت می‌دهد برابر صفر است، بنابراین با توجه به شکل زیر، داریم:



دو مثلث $\triangle OBD$ و $\triangle ABC$ مشابه هستند، بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{AC}}{\overline{OD}} &= \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} \Rightarrow \frac{a_r}{a_o} = \frac{4 - 2}{4} \Rightarrow \frac{a_r}{a_o} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_o = 2a_r \\ (I) : a_o + a_r &= 12 \Rightarrow 2a_r + a_r = 12 \Rightarrow 3a_r = 12 \Rightarrow a_r = 4 m/s^2 \\ a_o &= 2a_r = 2 \times 4 = 8 m/s^2 \end{aligned}$$

گام دوم: دو مثلث $\triangle OBD$ و $\triangle BEF$ مشابه هستند، بنابراین:

$$\frac{\overline{OD}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{BE}} \Rightarrow \frac{a_o}{|a_{10}|} = \frac{4}{10-4} \Rightarrow \frac{a_o}{|a_{10}|} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{\lambda}{|a_{10}|} = \frac{4}{6}$$

$$\Rightarrow |a_{10}| = 12 \text{ m/s}^2$$

اکنون می‌توان سطح زیر نمودار شتاب- زمان را در بازه زمانی مورد نظر یعنی $t = 0$ تا $t = 10 \text{ s}$ به دست آورد و با استفاده از آن تغییر سرعت را در این بازه محاسبه کرد:

$$\Delta v = v_{10} - v_0 = S_{OBD} - S_{BEF} = \frac{\overline{OB} \times \overline{OD}}{2} - \frac{\overline{BE} \times \overline{EF}}{2}$$

$$= \frac{4 \times a_o}{2} - \frac{(10-4) \times |a_{10}|}{2} = 2a_o - 3|a_{10}|$$

$$\Rightarrow \Delta v = 2 \times 8 - 3 \times 12 = 16 - 36 = -20 \text{ m/s}$$

و در پایان محاسبه خواسته تست:

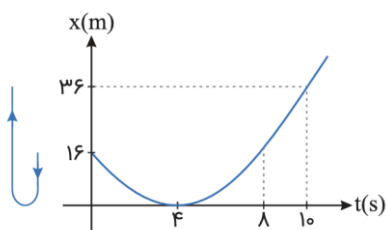
$$a_{av(0,10)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-20}{10-0} = -\frac{20}{10} = -2$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av(0,10)} = -2 \vec{i}$$

۶۱- پاسخ -گزینه ۳

آشنایی با مفاهیم جابجایی و مسافت.

نمودار مکان- زمان را رسم می‌کنیم.



$$L = ۱۶ + ۳۶ = ۵۲ \text{ m} \quad (۰-۱۰)$$

$$\Delta x = ۳۶ - ۱۶ = ۲۰ \text{ m} \quad (۰-۱۰)$$

$$\frac{L}{\Delta x} = \frac{۵۲}{۲۰} = ۲/۶$$

۶۲- پاسخ- گزینه ۴

برای پیدا کردن لحظه‌هایی که مکان متحرک $\vec{x} = (۳۰\text{m})\vec{i}$ است ابتدا باید جابجایی را محاسبه کنیم:
مکان اولیه صفر و مکان نهایی ۳۰m ، جابجایی برابر است با:

$$\Delta x = ۳۰ - ۰ = ۳۰\text{m}$$

جابجایی متحرک برابر با مساحت زیر نمودار سرعت- زمان است. باید لحظه یا لحظه‌هایی را پیدا کنیم که مساحت زیر نمودار از $t = ۰$ تا آن لحظه برابر با ۳۰ متر شود.
نمودار سرعت- زمان از دو بخش خطی تشکیل شده است:

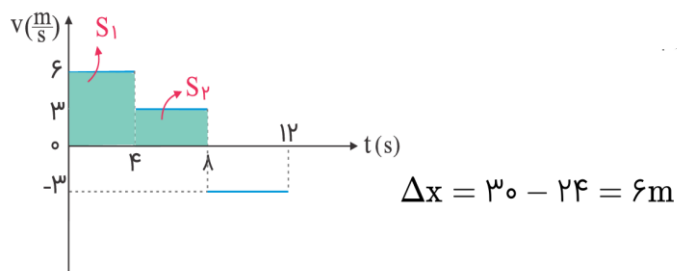
۱. بازه ۰ تا ۴ ثانیه: سرعت ثابت ۶m/s است. جابجایی در این بازه (مساحت مثلث):

$$S_1 = ۶ \times ۴ = ۲۴\text{m}$$

چون جابجایی لازم (۳۰ متر) بیشتر از جابجایی در ۴ ثانیه اول (۲۴ متر) است، لحظه مورد نظر حتماً بعد از $t = ۴\text{s}$ خواهد بود.

۲. بازه ۴ تا ۸ ثانیه: سرعت ثابت ۳m/s است.

حالا باید مساحت را در بازه دوم محاسبه کنیم تا به جابجایی کل ۳۰ متر برسیم. جابجایی مورد نیاز در بازه دوم ($t = ۴\text{s}$ به بعد):



مساحت زیر نمودار از $t = 4s$ تا $t = 8s$ (مثلث بالای محور زمان):

$$S_2 = 3 \times 4 = 12m$$

جابجایی کل تا $t = 8s$:

$$\Delta x_t = S_1 + S_2 = 24 + 12 = 36m$$

چون جابجایی لازم (۳۰ متر) کمتر از جابجایی تا $t = 8s$ (۳۶ متر) است، اولین لحظه مورد نظر t_1 بین ۴ و ۸ ثانیه قرار دارد. چون جابجایی بعد از $t = 8s$ منفی می‌شود (سرعت منفی است)، جابجایی کل دوباره کاهش می‌یابد و ممکن است دوباره به ۳۰ متر برسد. پس لحظه دومی t_2 نیز وجود دارد که بزرگتر از ۸ ثانیه است.

بررسی زمانی که مکان متحرک ۳۰ متر است:

بازه دوم $t = 4s$ تا $t = 8s$ در این بازه سرعت ثابت $3m/s$ است، پس معادله مکان را می‌نویسیم:

$$x(t) = vt + x_0 = 3(t - 4) + 24 = 3t + 12$$

$$\xrightarrow{x(t)=30m} 30 = 3t + 12 \Rightarrow 3t = 18 \Rightarrow t = 6s$$

بازه دوم $t = 8s$ تا $t = 12s$ در این بازه سرعت ثابت $-3m/s$ است، پس معادله مکان را می‌نویسیم:

$$x(t) = vt + x_0 = -3(t - 8) + 36 = -3t + 60$$

$$\xrightarrow{x(t)=30m} 30 = -3t + 60 \Rightarrow 3t = 30 \Rightarrow t = 10s$$

بنابراین لحظه‌هایی که مکان متحرک ۳۰ متر است، $t = 6s$ و $t = 10s$ هستند.

۶۳- پاسخ- گزینه ۱

ابتدا معادله حرکت دو جسم را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{0 - 16}{1 - 0}t + 16 \Rightarrow x_A = -2t + 16 \\ x_B = \frac{-25 - (-29)}{1 - 0}t + (-29) \Rightarrow x_B = 0/5t - 29 \end{cases}$$

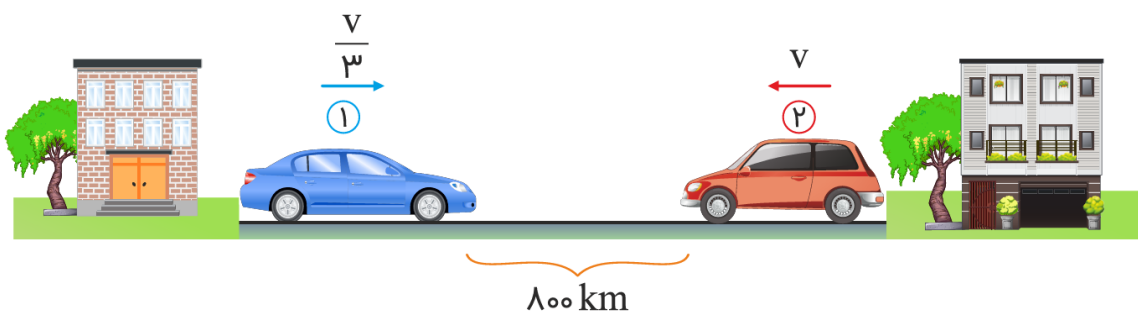
در لحظه‌ای که دو جسم به هم می‌رسند داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -2t + 16 = 0/5t - 29 \Rightarrow 2/5t = 45 \Rightarrow t = 18 \text{ s}$$

مکان دو جسم در این لحظه برابر است با:

$$x_A = x_B = 0/5 \times 18 - 29 \Rightarrow x_A = x_B = -20 \text{ m}$$

۶۴- پاسخ- گزینه ۱



$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{v}{3}t + 0 \\ x_2 = -vt + 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{v}{3}t = -vt + 100 \Rightarrow \frac{4}{3}vt = 100$$

$$\xrightarrow{t=6h} \frac{4}{3}v \times 6 = 100 \Rightarrow v = 100 \text{ km/h}$$

۶۵- پاسخ- گزینه ۳

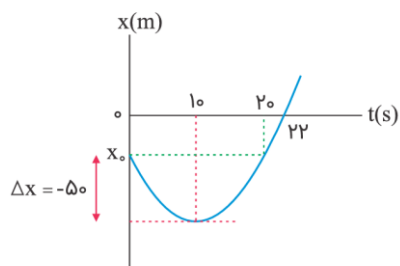
در لحظه $t = 10 \text{ s}$ (راس سهمی) سرعت صفر است. داریم:

$$t_{\text{راس}} = \frac{-v_0}{a} \Rightarrow \frac{-v_0}{a} = 10 \Rightarrow v_0 = -10a$$

جابجایی از لحظه صفر تا $t = 10 \text{ s}$ برابر است با مسافت طی شده در این بازه زمانی، پس:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -50 = \frac{1}{2}a(100) + (-10a) \times 10 \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2, v_0 = -10 \text{ m/s}$$

مکان متحرک در لحظه $t = 20 \text{ s}$ به دلیل تقارن در سهمی، همان مکان اولیه است. پس به کمک معادله مکان- زمان در $t = 22 \text{ s}$ داریم:



$$x = \frac{1}{2}at^2 - 10t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}(1)(400) - 10(20) + x_0 \Rightarrow x_0 = -22 \text{ m}$$

۶۶- پاسخ- گزینه ۲

می‌خواهیم شتاب متوسط یک متحرک را از لحظه $t = ۲s$ تا لحظه $t = ۵s$ محاسبه کنیم.

$$v = ۴t^۲ - ۶t + ۲$$

$$\left. \begin{array}{l} t = ۲s : v_1 = ۴ \times ۴ - ۶ \times ۲ + ۲ = ۶m/s \\ t = ۵s : v_۲ = ۴ \times ۲۵ - ۶ \times ۵ + ۲ = ۷۲m/s \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۷۲ - ۶}{۵ - ۲} = ۲۲m/s^۲$$

۶۷- پاسخ- گزینه ۲

برای حل این مسئله ابتدا باید معادلات حرکت مکان- زمان هر دو متحرک A و B را به دست آوریم سپس زمانی را پیدا کنیم که متحرک A در مکان $x = -۱۷۵m$ قرار دارد و در نهایت مکان متحرک B را در همان زمان محاسبه کرده و فاصله بین دو متحرک را به دست آوریم تا با استفاده از شیب خط به دست می‌آوریم.

شتاب a_A را با استفاده از شیب خط به دست می‌آوریم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - (-۱۰)}{۲۰} = ۰/۵ m/s^۲$$

$$x_A = \frac{1}{۲} \left(\frac{1}{۲} \right) t^۲ + (-۱۰)t + (-۱۰۰) \Rightarrow x_A = \frac{1}{۴} t^۲ - ۱۰t - ۱۰۰$$

$$\xrightarrow{x_A = -۱۷۵m} -۱۷۵ = \frac{1}{۴} t^۲ - ۱۰t - ۱۰۰ \Rightarrow -۳۰۰ = t^۲ - ۴۰t$$

$$\Rightarrow t^۲ - ۴۰t + ۳۰۰ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t_1 = ۱۰s \\ t_۲ = ۳۰s \end{cases}$$

با توجه به اینکه سرعت متحرک B بعد از زمان $۲۰s$ صفر می‌شود و تغییر جهت می‌دهد پس $t_۲$ قابل قبول است.

$$a_B = \frac{-15}{30} = -0.5 \text{ m/s}^2$$

$$x_B = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\right) t^2 + (15)t + (100) \xrightarrow{t=30\text{s}} x_B = 325 \text{ m}$$

$$\Delta x = x_B - x_A = 325 - (-175) = 500 \text{ m}$$

۶۸- پاسخ- گزینه ۴

روش اول: نمودار یک سهمی است که محور زمان (t) را در $t = 2\text{s}$ و $t = 5\text{s}$ قطع می‌کند (یعنی مکان در این لحظات صفر است).

معادله سهمی را می‌توان به صورت $x = K(t - 2)(t - 5)$ نوشت که t ریشه‌ها هستند پس:

$$x = K(t - 2)(t - 5)$$

نقطه دیگری که از نمودار مشخص است $(0, 20)$ (یعنی در $t = 0$, $x = 20\text{m}$)، با جایگذاری این نقطه در معادله، مقدار K را پیدا می‌کنیم:

$$20 = K(0 - 2)(0 - 5) \Rightarrow 20 = 10K \Rightarrow K = 2$$

بنابراین، معادله مکان - زمان متحرک به صورت زیر است:

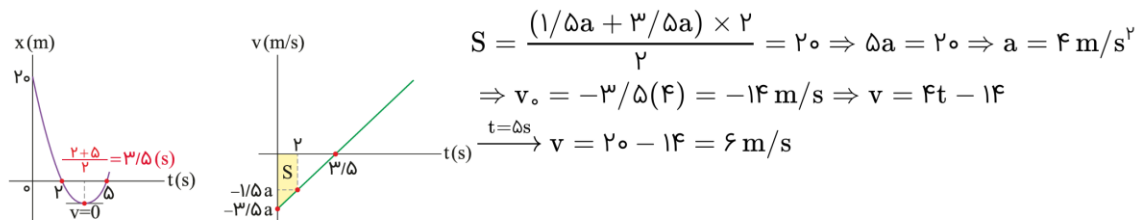
$$x(t) = 2(t - 2)(t - 5) \Rightarrow x(t) = 2(t^2 - 7t + 10) \Rightarrow x(t) = 2t^2 - 14t + 20$$

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= 2t^2 - 14t + 20 \\ x(t) &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = -14 \text{ m/s}, x_0 = 20 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v(t) = 4t - 14 \xrightarrow{t=5\text{s}} v(5) = 6 \text{ m/s}$$

روش دوم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2+5}{2} = 3.5\text{s} \Rightarrow 0 = 3.5a + v_0 \Rightarrow v_0 = -3.5a \\ t = 2\text{s} \Rightarrow v = 2a + v_0 = 2a + (-3.5a) = -1.5a \end{cases}$$



۶۹- پاسخ- گزینه ۳

$$F = ma \Rightarrow \begin{cases} F = m_1 \times 1\omega \\ F = m_2 \times \omega \end{cases} \Rightarrow m_1 \times 1\omega = m_2 \times \omega$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{\omega}{1\omega} m_2 = \frac{1}{3} m_2$$

حالا برای جسم سوم با جرم $m_1 + m_2$ داریم:

$$F = (m_1 + m_2)a \Rightarrow F = \left(\frac{1}{3} + 1\right)m_2 a = \frac{4}{3} m_2 a$$

$$\xrightarrow{F=1\omega m_2} 1\omega m_2 = \frac{4}{3} m_2 a \Rightarrow a = \frac{1\omega}{4} = 3/4 \omega \text{ m/s}^2$$

۷۰- پاسخ- گزینه ۳

در لحظه $t = \frac{2+4}{2} = 3 \text{ s}$ جهت حرکت تغییر کرده پس $v = 0$ است.
از رابطه $\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$ شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

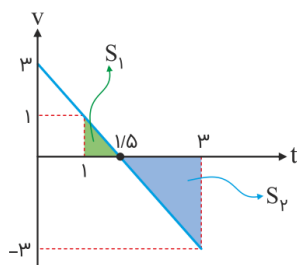
$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = -27 \text{ m} \\ t = 3 \text{ s} \\ v = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \\ -27 = -\frac{1}{2}a \times 9 + 0 \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2 \end{array}$$

حالا از رابطه $F_{\text{net}} = ma$ نیروی خالص وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma = 4 \times 6 = 24 \text{ N}$$

۷۱- پاسخ- گزینه ۱

می‌دانیم اگر جا به جایی در یک بازه زمانی صفر باشد، سرعت در وسط آن بازه برابر با صفر است. (متحرک تغییر جهت می‌دهد)



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -2 = \frac{0 - v_0}{1/5} \Rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 3 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ s} \Rightarrow v = 1 \text{ m/s} \\ t = 3 \text{ s} \Rightarrow v = -3 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\ell = s_1 + s_2 = \frac{1 \times 0/5}{2} + \frac{1/5 \times 3}{2} = 0/25 + 2/25 = 2/5 \text{ m}$$

۷۲- پاسخ-گزینه ۱

برای حل این تست باید از زمانی که دو متحرک هم سرعت می شوند تا زمانی که هم مکان می شوند را پیدا کنیم. ابتدا معادلات سرعت هر دو متحرک را می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} v_1(t) &= a_1 t = 0/5 t \\ v_2(t) &= a_2 t = 2(t - 3) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{v_1(t)=v_2(t)} 0/5 t = 2(t - 3)$$

$$\Rightarrow 1/5 t = 6 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

پس دو متحرک در $t = 4 \text{ s}$ هم سرعت می شوند. در این لحظه، سرعت هر دو متحرک ۲ متر بر ثانیه است. موقعیت متحرک ها در لحظه هم سرعت شدن در $t = 4$:

$$x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 (t^2) = 0/25 (4)^2 = 4 \text{ m}$$

$$x_2(t) = \frac{1}{2} a_2 (t - 3)^2 = (4 - 3)^2 = 1 \text{ m}$$

بنابراین در لحظه هم سرعت شدن، متحرک اول ۳ متر جلوتر است.

برای تعیین زمان برخورد (هم مکان شدن دو متحرک)، معادله $x_1(t) = x_2(t)$ را حل می کنیم:

پاسخنامه آزمون ۱۱ مهر آموزشگاه کیمیا

آدرس: مطهری شمالی-کوچه ۱۵ زرگری-روبه رو مدرسه سادات رفیعی

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 0/25t^2 = 2(t-3)^2 \Rightarrow t^2 = 4(t-3)^2 \\ \Rightarrow t = 2(t-3) \Rightarrow t = 6s$$

تحلیل حرکت:

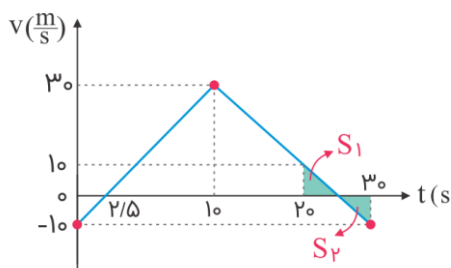
تا قبل از $t = 4s$: چون سرعت متحرک دوم کمتر از متحرک اول است، فاصله افزایش می‌یابد.
در $t = 4s$: سرعت‌ها برابر می‌شوند و فاصله به حداکثر مقدار خود می‌رسد.
بعد از $t = 4s$: سرعت متحرک دوم بیشتر می‌شود، بنابراین فاصله کاهش می‌یابد.
در $t = 6s$ دو متحرک به هم می‌رسند و فاصله صفر می‌شود.
بنابراین فاصله از $t = 4s$ تا $t = 6s$ در حال کاهش است، یعنی به مدت ۲ ثانیه.

۷۳- پاسخ-گزینه ۳

ابتدا نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم:

$$(0, 10s) : v = at + v_0 \xrightarrow{v=0} 4t_1 = 10 \Rightarrow t_1 = 2.5s \\ t = 10s : v(10) = 4 \times 10 - 10 = 30m/s \\ (10s, 30s) : v = a(t_2 - 10) + v_0 \xrightarrow{v=0} -2(t_2 - 10) = -30 \Rightarrow t_2 = 25s \\ t = 30s : v(30) = -2 \times (30 - 10) + 30 = -10m/s \\ t = 20s : v(20) = -2 \times (20 - 10) + 30 = 10m/s$$

ده ثانیه سوم یعنی بازه زمانی ۲۰ تا ۳۰ ثانیه، پس مسافت طی شده در این بازه زمانی برابر است با مجموع قدرمطلق مساحت‌های قدر مطلق سطح زیر نمودار سرعت-زمان نسبت به محور زمان در بازه مورد نظر.



$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{10 \times 5}{2} = 25 \text{ m} \\ S_2 &= \frac{10 \times 5}{2} = 25 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = S_1 + S_2 = 50 \text{ m}$$

بنابراین، مسافتی که متحرک در ۱۰ ثانیه دوم (از $t = 20\text{s}$ تا $t = 30\text{s}$) طی می‌کند، برابر با ۵۰ متر است.

۷۴- پاسخ- گزینه ۲

چون متحرک ترمز کرده: حرکت آن کند شونده و شتاب آن منفی است:

$$\left. \begin{aligned} a &= -2 \text{ m/s}^2 \\ \Delta x &= 144 \text{ m} \\ v_f &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow -v_i^2 = -4 \times 144 \Rightarrow v_i = 2 \times 12 = 24 \text{ m/s}$$

از معادله سرعت- زمان، زمان کل حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$v_f = at + v_i \Rightarrow 0 = -2t + 24 \Rightarrow t = -\frac{24}{-2} = 12 \text{ s}$$

یافتن زمان شروع ۴ ثانیه آخر: ۴ ثانیه آخر حرکت برابر با بازه زمانی $t = 8\text{s}$ تا $t = 12\text{s}$ خواهد بود. اکنون باید در این زمان سرعت ابتدایی را پیدا کنیم و سپس جابه‌جایی در ۴ ثانیه آخر حرکت را بدست آوریم.

$$\begin{aligned} v_1 &= a(t) + v_i = -2(12 - 4) + 24 = 8 \text{ m/s} \\ \Delta x &= \frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_1\Delta t = \frac{1}{2} \times -2 \times 16 + 8 \times 4 = 16 \text{ m} \end{aligned}$$

۷۵- پاسخ- گزینه ۲

محاسبه مستقیم:

$$\left. \begin{aligned} a &= -3 \text{ m/s}^2 \\ \Delta x &= 200 \text{ m} \\ v_f &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_f^2 - v_i^2 = -2a\Delta x \Rightarrow v_i^2 = 6 \times 200 = 1200 \Rightarrow v_i = 20\sqrt{3} \text{ m/s}$$

از معادله سرعت- زمان، زمان کل حرکت را محاسبه می کنیم:

$$v_f = at + v_i \Rightarrow t = -\frac{v_o\sqrt{3}}{-3} = \frac{v_o\sqrt{3}}{3}$$

یافتن زمان شروع ۳ ثانیه آخر: ۳ ثانیه آخر حرکت برابر با t_3 خواهد بود. اکنون باید در این زمان سرعت ابتدایی را پیدا کنیم و سپس جابه‌جایی در ۳ ثانیه آخر حرکت را بدست آوریم.

$$v_1 = a(t - 3) + v_i = -3\left(\frac{v_o\sqrt{3}}{3} - 3\right) + v_o\sqrt{3} = 9 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_1\Delta t = \frac{1}{2} \times -3 \times 9 + 9 \times 3 = 13.5 \text{ m}$$

شیمی

۷۶- پاسخ- گزینه ۱

۱g بنزین $48KJ$ و ۱g گاز طبیعی $54KJ$ گرما آزاد می کند.

توضیح کلی: گاز هیدروژن گران ترین سوخت با بیشترین گرمای آزاد شده است و زغال سنگ هنگام سوختن گاز SO_2 نیز علاوه بر گازهای CO و CO_2 تولید می کند که از نظر زیست محیطی نامناسب است .

۷۷- پاسخ- گزینه ۳

رنگ شعله	عنصر
نارنجی →	آهن
زرد →	سدیم
آبی →	گوگرد
سبز →	مس

آبی > سبز > زرد > نارنجی : ترتیب طول موج
↓ ↓ ↓
گوگرد > مس > سدیم > آهن

۷۸- پاسخ- گزینه ۱

موارد الف و ت درست هستند.

بررسی موارد:

الف) هیدروژن دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی و ۲ ایزوتوپ پایدار است . (1H , 2H) پس این مورد درست است

ب) هرچه نیمه عمر یک رادیو ایزوتوپ کمتر باشد آن ایزوتوپ ناپایدارتر است، پس این مورد نادرست است.

پ) طبق کتاب «اغلب (نه همواره) هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آنها برابر یا بیشتر از ۱/۵ باشد ناپایدارند» پس این مورد نادرست است.

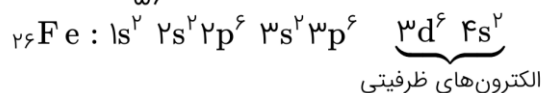
ت) ${}^7_3\text{Li}$ نسبت به ${}^6_3\text{Li}$ فراوانی بیشتر و در نتیجه پایداری بیشتری دارد. (درست)

۷۹- پاسخ- گزینه ۳

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}(\pi)(2)^3 = 32\text{ cm}^3$$

$$\text{جرم کره} = 32\text{ cm}^3 \times \frac{7\text{ g Fe}}{1\text{ cm}^3} = 224\text{ g Fe}$$

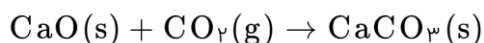
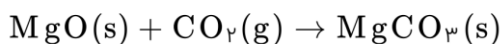
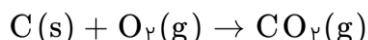
$$n_{\text{Fe}} = \frac{224\text{ g}}{56} = 4\text{ mol Fe}$$



هر یک مول آهن ۸ الکترون ظرفیتی دارد.

$$4 \times 8 = 32\text{ mole}^-$$

۸۰- پاسخ- گزینه ۴



$$M(\text{MgO}) = 40, M(\text{CaO}) = 56, M(\text{MgCO}_3) = 84, M(\text{CaCO}_3) = 100 : \text{g.mol}^{-1}$$

مواد جامد در انتهای واکنش : [ناخالصی نمونه C + کربن واکنش نداده + ناخالصی نمونه MgO, MgO, CaCO₃ + MgCO₃ + CaO]

$$32 \times \frac{43/75}{100} \text{ g MgO} \times \frac{1 \text{ mol}}{40 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol MgO}} \times \frac{1 \text{ mol C}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100}{80} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} = 5/25 \text{ g C}$$

$$32 \times \frac{26/25}{100} \text{ g CaO} \times \frac{1 \text{ mol}}{56 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaO}} \times \frac{1 \text{ mol C}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100}{80} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} = 2/25 \text{ g C}$$

مقدار C اولیه (خالص) $\Rightarrow 5/25 + 2/25 = 7/5 \text{ g C} \rightarrow$

بازه واکنش اول (سوختن کربن) ۸۰٪ بوده است پس ۲۰٪ کربن اولیه اصلاً واکنش نداده است.

نمونه C، ۵۰٪ خالص بوده پس از ۵۰٪ نمونه ناخالصی بوده است.

$$\frac{20}{100} \times 7/5 = 1/5 \text{ g C} \rightarrow \text{کربن واکنش نداده}$$

$$7/5 \text{ g C} \times \frac{50 \text{ g خالصی}}{50 \text{ g C}} = 7/5 \text{ g (C نمونه ناخالصی)}$$

$$32 \times \frac{43/75}{100} \text{ g MgO} \times \frac{1 \text{ mol}}{40 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol MgCO}_3}{1 \text{ mol MgO}} \times \frac{84 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 29/4 \text{ g MgCO}_3$$

$$32 \times \frac{26/25}{100} \text{ g CaO} \times \frac{1 \text{ mol}}{56 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CaO}} \times \frac{100 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 15 \text{ g CaCO}_3$$

$$100 - (26/25 + 43/75) = 30 \rightarrow \text{CaO, MgO نمونه ناخالصی}$$

$$\Rightarrow \frac{30}{100} \times 32 = 9/6 \text{ g (CaO, MgO نمونه ناخالصی)}$$

$$1/5 + 7/5 + 29/4 + 15 + 9/6 = 63 \text{ g}$$

جرم کل مواد جامد در انتهای واکنش

۸۱- پاسخ- گزینه ۴

الف) نادرست- گازهای هیدروژن و هلیوم با گذشت زمان و کاهش دما (نه افزایش) دما به سحابی‌ها تبدیل شده‌اند.

ب) نادرست- درون ستاره‌ها (نه سیاره‌ها!) در دماهای بالا واکنش‌های هسته‌ای رخ می‌دهد.

پ) درست- بسیاری از ستاره‌ها در پایان عمر خود به یک انفجار بزرگ به نام ابرنواختر می‌رسند. این انفجار باعث پراکندگی مواد ستاره‌ای در فضا می‌شود و می‌تواند به تشکیل ستاره‌های جدید کمک کند.

ت) درست- در پایان عمر ستاره‌ها، به ویژه در ابرنواخترها عناصر سنگین‌تر که در طول عمر ستاره تشکیل شده‌اند، به فضا پراکنده می‌شوند. این عناصر می‌توانند در تشکیل ستاره‌ها و سیارات جدید نقش داشته باشند.

۸۲- پاسخ- گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست- X می‌تواند H^- یا Li^+ باشد که در هر دو صورت عنصر آنها از دسته S است.

گزینه ۲: درست- Z می‌تواند ${}^{56}_{26}Fe$ باشد که دو نوع کاتیون Fe^{2+} و Fe^{3+} تشکیل می‌دهد.

گزینه ۳: نادرست- T می‌تواند Cu^+ ، Zn^{2+} یا Ga^{3+} باشد. Zn و Ga گونه‌هایی تک ظرفیتی هستند و در نامگذاری ترکیبات حاوی آنها از اعداد یونانی استفاده نمی‌شود اما Cu دارای دو کاتیون Cu^+ و Cu^{2+} است که در نامگذاری ترکیبات حاوی آن، از اعداد یونانی استفاده می‌شود.

گزینه ۴: درست- عنصرهای Z و T هر دو در دوره ۴ جدول تناوبی قرار دارند. کاتیون T می‌تواند Cu^{2+} ، Zn^{2+} یا Ga^{3+} باشد. کاتیون Z می‌تواند ${}^{55}_{25}Mn^{2+}$ یا ${}^{56}_{26}Fe^{3+}$ باشد.

۸۳- پاسخ- گزینه ۴

در جدول دوره‌ای برای عنصر تکنسیم ${}^{98}_{43}Tc$ جرم اتمی میانگین در نظر گرفته نشده است. بنابراین عنصر E ، ${}^{98}_{43}Tc$ و A عنصر ${}^{90}_{39}Y$ عنصر می‌باشد که با اسکاندیم ${}^{45}_{21}Sc$ همگروه است و عدد اتمی عنصر F ${}^{44}_{20}Ca$ فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره ${}^{40}_{18}Ar$ می‌باشد.

$$44 - 18 = 26$$

۸۴- پاسخ- گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه ۱: نادرست- پلاستیک‌های سبز بر پایه مواد گیاهی ساخته می‌شوند.
- گزینه ۲: نادرست- تولید هر کالایی به اقتصاد کشور هزینه‌هایی را تحمیل می‌کند که به قیمت تمام شده آن اضافه نشده است .
- گزینه ۳: نادرست- $MgCO_3$ و $CaCO_3$ ترکیب یونی سه تایی هستند.
- گزینه ۴: درست

۸۵- پاسخ- گزینه ۲

- در فرایند سرد کردن ابتدا H_2O و سپس CO_2 به حالت جامد جدا می‌شوند. گاز هلیوم نیز در دمای $-200^\circ C$ به حالت گازی باقی مانده و از سایر اجزای مخلوط جدا می‌گردد.
- سایر اجزای تشکیل دهنده مخلوط نیز که به حالت مایع درآمده‌اند، با عبور از ستون تقطیر به ترتیب افزایش نقطه جوش، جداسازی می‌شوند که به ترتیب شامل نیتروژن ، آرگون و اکسیژن هستند.

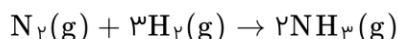
۸۶- پاسخ- گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها :

- گزینه ۱: درست- رنگ شعله نمک‌های سدیم و لیتیم به ترتیب زرد و قرمز هستند و همچنین در هنگام عبور نور خورشید از منشور، رنگ زرد انحراف بیشتری دارد
- گزینه ۲: درست- بر اساس متن کتاب درسی درست است.
- گزینه ۳: نادرست- طیف مرئی تنها جز کوچکی از پرتوهای الکترومغناطیسی است و ممکن است طیف نشری- خطی یک عنصر هیچ خطی در محدوده مرئی ($400 - 700 nm$) نداشته باشد.

گزینه ۴: درست- از آنجایی که انرژی موج آبی رنگ بیشتر از انرژی موج زرد رنگ می باشد، در نتیجه دمای شعله آبی رنگ بیشتر است.

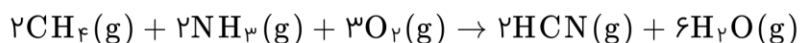
۸۷- پاسخ- گزینه ۱



$$56 \text{ L هوا} \times \frac{1/25 \text{ g هوا}}{1 \text{ L هوا}} \times \frac{80 \text{ g N}_2}{100 \text{ g هوا}} \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{2 \text{ mol NH}_3}{1 \text{ mol N}_2} \times \frac{17 \text{ g NH}_3}{1 \text{ mol NH}_3} = 68 \text{ g NH}_3$$

۸۸- پاسخ- گزینه ۴

معادله موازنه شده واکنش به شکل زیر است:



۸۹- پاسخ- گزینه ۳

همه عبارت ها به جز عبارت ب درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

ب) CO اکسید نافلز است اما اکسید اسیدی نیست، لذا هر اکسید نافلز لزوماً اکسید اسیدی نیست.

۹۰- پاسخ- گزینه ۴

بررسی موارد:

الف) نادرست- شبه فلز دوره سوم ، سیلیسیم (Si) و آخرین فلز واسطه دوره چهارم، روی (Zn) است. شمار عنصرهای میان این دو (از عدد اتمی ۱۵ تا ۲۹) برابر با ۱۵ است ($29 - 15 + 1 = 15$)

ب) نادرست- قوی‌ترین نافلز جامد دوره سوم، گوگرد (S_{16}) و قوی‌ترین فلز دوره چهارم، پتاسیم (K_{19}) است تفاوت عدد اتمی آنها $19 - 16 = 3$ می‌باشد.

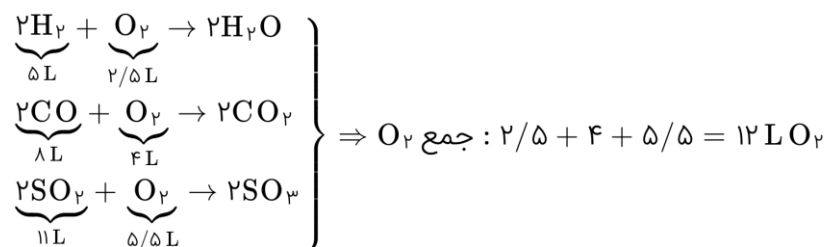
ج) درست- قوی‌ترین فلز دوره سوم، سدیم (Na_{11}) و نافلز جامد دوره دوم، کربن (C_6) است. تفاوت عدد اتمی آنها $11 - 6 = 5$ می‌باشد.

د) درست- نافلز گروه ۱۴، کربن (C_6) با الکترون‌های ظرفیت $2s^2 2p^2$ است. مجموع $(n + l)$ برای این الکترون‌ها برابر است با:

$$[2 \times (2 + 0)] + [2 \times (2 + 1)] = 10$$

۹۱- پاسخ- گزینه ۱

Ne, He و N_2 در شرایط STP با O_2 واکنش نمی‌دهند.



$$\left. \begin{array}{l} Ne \rightarrow 13L \\ He \rightarrow 9L \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{درصد حجمی He}}{\text{درصد حجمی } N_2} = \frac{\frac{9}{3} \times 100}{\frac{3}{3} \times 100} = 3$$

۹۲- پاسخ- گزینه ۴

چون نیمه عمر این عنصر کوتاه است، لذا نمی‌توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست- در ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ نسبت $\frac{N}{Z} = \frac{56}{43} \simeq 1/3$ است ولی با این حال خاصیت پرتوزایی دارد.

گزینه ۲: نادرست- از تکنسیم برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود، زیرا یون یدید (I^-) با یونی که حاوی تکنسیم (TeO_4^-) است اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یون یودید یون حاوی تکنسیم را جذب می‌کند با افزایش مقدار این یون در غده تیروئید امکان تصویربرداری فراهم می‌شود.

گزینه ۳: نادرست- همه تکنسیم موجود در جهان به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته می‌شود.

۹۳- پاسخ- گزینه ۲



$$\frac{\text{ماده با بیشترین ضریب (HCl)}}{\text{ماده با کمترین ضریب (B}_2\text{O}_3)} = \frac{12}{1}$$

۹۴- پاسخ- گزینه ۳

بررسی همه موارد:

الف) درست- عناصر اکسیژن و گوگرد که هر دو در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارند در هر دو سیاره یافت می‌شوند. گوگرد ششمین عنصر فراوان در مشتری و زمین است.

ب) درست- ۸ عنصر فراوان سیاره زمین: آهن Fe - اکسیژن O - سیلیسیم Si - منیزیم Mg - گوگرد S - نیکل Ni - کلسیم Ca و آلومینیوم Al هیچ کدام از این ها گاز نجیب با آرایش اکتایی (مانند نئون یا آرگون) نیستند.

هشت عنصر فراوان سیاره زمین هیدروژن H ، هلیوم He ، اکسیژن O ، کربن C ، نئون Ne ، گوگرد S ، نیتروژن N و آهن Fe . در این فهرست، نئون Ne یک گاز نجیب با آرایش الکترونی اکتایی (هشت تایی) است.

پ) نادرست- هرچند هر دو سیاره دارای عنصر آهن Fe هستند که اکسید آن Fe_2O_3 قرمز رنگ است، اما علت رنگ قرمز در سیاره مشتری (به ویژه لکه سرخ بزرگ آن) وجود این اکسید فلزی نیست. رنگ های جو مشتری ناشی از ترکیبات شیمیایی پیچیده ای مانند ترکیبات گوگرد، فسفر و مولکول های آلی است که در اثر طوفان های عظیم از لایه های پایین تر جو به بالا آورده می شوند.

ت) نادرست- فراوان ترین عنصر در مشتری هیدروژن است. هیدروژن در گروه ۱ جدول تناوبی قرار دارد، اما یک فلز قلیایی نیست. فلزات قلیایی شامل لیتیوم، سدیم، پتاسیم و ... هستند و هیدروژن با وجود قرار گرفتن در این گروه، خواص متفاوتی دارد و یک نافلز محسوب می شود.

۹۵- پاسخ- گزینه ۳

عنصر اول: با گرفتن ۲ الکترون به آرایش گاز نجیب می رسد (عنصری از گروه ۱۶)

عنصر دوم: با از دست دادن ۱ الکترون به آرایش گاز نجیب می رسد (عنصری از گروه ۱)

شرط اصلی: آرایش الکترونی دو گاز نجیب حاصل باید متفاوت باشد

بررسی گزینه ها :

گزینه ۱ $Z_{۲۱}$: (اسکاندیم) فلز واسطه است و الکترون نمی گیرد.

گزینه ۲: $X_{۳۴}$ (سلنیم) و $Y_{۳۷}$ (روبییدیم) هر دو به آرایش گاز نجیب کریپتون ($Kr_{۳۶}$) می رسند که یکسان است.

گزینه ۳: A_{16} (گوگرد) با گرفتن ۲ الکترون به آرایش آرگون (Ar_{18}) و G_3 (لیتیوم) با از دست دادن ۱ الکترون به آرایش هلیوم (He_2) می‌رسد. آرایش‌ها متفاوت هستند.

گزینه ۴: D_{11} (هیدروژن) ۱ الکترون می‌گیرد، نه ۲ الکترون. E_8 (اکسیژن) الکترون می‌گیرد، نه از دست می‌دهد.

۹۶- پاسخ- گزینه ۲

A : کاربردهای گاز نیتروژن: پر کردن تایر خودروها، انجماد مواد غذایی، نگهداری نمونه‌های بیولوژیک بسته‌بندی مواد غذایی

B : هلیوم در دمای 269°C - می‌جوشد؛ پس هر مایعی که دمای 200°C - در اختیار داریم، فاقد هلیوم است و اولین گاز نجیب جدا شده از آن، پس از گرم کردن، Ar است که نقطه جوش آن 186°C - است.

C : هلیوم طی واکنش‌های هسته‌ای در اعماق زمین تولید شده و حدود ۷٪ حجمی گازهای طبیعی را تشکیل می‌دهد.

D : سوختن کامل هیدروکربن‌ها دارای نشانه‌های زیر است:

شعله آبی رنگ، تولید گاز CO_2 و تولید بخار آب

۹۷- پاسخ- گزینه ۳

ابتدا عدد اتمی عنصر M را محاسبه می‌کنیم:

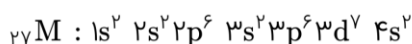
$$n + Z = 59$$

$$\underline{n - Z = 5}$$

$$2n = 64 \Rightarrow n = 32 \Rightarrow 32 - Z = 5 \Rightarrow Z = 27$$

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست- دارای ۸ الکترون در زیر لایه‌های $s(l = 0)$ است.



ب) درست- این عنصر در گروه ۹ و در دوره چهارم جدول قرار دارد و عدد اتمی آن ۲۷ است.

پ) درست.

$$\left. \begin{array}{l} l = 1 = \text{شمار الکترون‌های با } l = 1 \\ l = 0 = \text{شمار الکترون‌های با } l = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{8} = 1/5$$

ت) نادرست- در آخرین لایه اشغال شده اتم M ، ۲ الکترون وجود دارد در حالی که در آخرین لایه Cr ، یک الکترون وجود دارد.

۹۸- پاسخ- گزینه ۴

گزینه ۱: در H_2O ، به دلیل اتصال هیدروژن به اتم اکسیژن، نیروی غالب پیوند هیدروژنی است. در NF_3 ، مولکول قطبی است اما فاقد پیوند هیدروژنی است، پس نیروی غالب، دو قطبی- دو قطبی است. نیروها متفاوت هستند.

در H_2O ، اتم مرکزی اکسیژن از هیدروژن الکترونگاتیوتر است و بار جزئی منفی (δ^-) دارد. در NF_3 ، اتم مرکزی نیتروژن از فلوئور الکترونگاتیوی کمتری دارد و بار جزئی مثبت (δ^+) دارد. علامت بارها متفاوت است.

گزینه ۲: هر دو مولکول قطبی هستند و نیروی غالب در هر دو، دو قطبی- دو قطبی است. نیروها مشابه هستند.

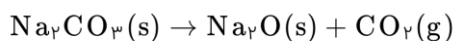
گزینه ۳: هر دو مولکول به دلیل ساختار متقارن، ناقطبی هستند و نیروی قالب در هر دو واندروالسی است. نیروها مشابه هستند.

گزینه ۴: در NH_3 به دلیل اتصال هیدروژن به اتم نیتروژن، نیروی غالب، پیوند هیدروژنی است. در H_2S ، مولکول قطبی است اما گوگرد الکترونگاتیوی لازم برای تشکیل پیوند هیدروژنی را ندارد، پس نیروی غالب دو قطبی - دو قطبی است. نیروها متفاوت هستند.

در H_2S ، اتم مرکزی گوگرد از هیدروژن الکترونگاتیوتر است و بار جزئی منفی (δ^-) دارد. در NH_3 ، اتم مرکزی نیتروژن از هیدروژن الکترونگاتیوتر است و بار جزئی منفی (δ^-) دارد. علامت بارها مشابه است.

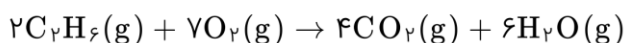
۹۹- پاسخ- گزینه ۲

ابتدا تعداد مول حاصل از تجزیه $31/8$ گرم سدیم کربنات را مطابق واکنش زیر به دست می‌آوریم:



$$\underbrace{\left(\frac{31/8}{106}\right)}_{\text{مول سدیم کربنات}} \times \underbrace{\left(\frac{1}{1}\right)}_{\text{مول } CO_2} = 0/3 \text{ mol}$$

حال از مول CO_2 طبق واکنش زیر به جرم C_2H_6 لازم می‌رسیم:



$$\underbrace{\left(\frac{0/3 \times 2}{4}\right)}_{\text{مول اتان}} \times \underbrace{(30)}_{\text{جرم اتان}} = 4/5 \text{ g}$$

۱۰۰- پاسخ- گزینه ۲

تحلیل تمام عبارت‌ها:

الف- یکی از کودهای شیمیایی نیتروژن‌دار، آمونیاک است. آمونیاک در دمای اتاق به حالت گاز است، اما برای استفاده به عنوان کود آن را تحت فشار به مایع تبدیل کرده و به خاک تزریق می‌کنند. بنابراین جای خالی با کلمه **مایع** پر می‌شود این بخش از پاسخ بر اساس دانش عمومی شیمی است زیرا در منابع ارائه شده به آن اشاره نشده است.

ب- در فرایند هابر، گازهای نیتروژن و هیدروژن واکنش داده و آمونیاک تولید می کنند. برای جداسازی آمونیاک از محلول واکنش، دما را کاهش می دهند.

نقطه جوش آمونیاک برابر با $33/5^{\circ}\text{C}$ - درجه سلسیوس است نقطه جوش نیتروژن برابر با 196°C - درجه سلسیوس است نقطه جوش هیدروژن حدود 253°C - درجه سلسیوس است. از آنجایی که آمونیاک بالاترین نقطه جوش را دارد، با سرد کردن مخلوط، زودتر از گازهای دیگر به مایع تبدیل و جدا می شود. مولکول آمونیاک دارای یک جفت الکترون ناپیوندی روی اتم نیتروژن است.

پ- نیتروژن مایع، دمای بسیار پایینی دارد (نقطه جوش 196°C - درجه سلسیوس). هنگامی که یک بادکنک پر از هوا در نیتروژن مایع قرار می گیرد گاز درون آن به سرعت سرد می شود. طبق قوانین گازها با کاهش شدید دما حجم گاز نیز به شدت کاهش می یابد. در نتیجه بادکنک دچار کاهش حجم شدید می شود.

ت- لایه اوزون منطقه ای در اتمسفر زمین است که بیشترین غلظت گاز اوزون در آنجا یافت می شود. این لایه در استراتوسفر قرار دارد.

۱۰۱- پاسخ- گزینه ۴

در عنصر M، زیرلایه ۴s در حال پر شدن است. این زیرلایه حداکثر ۲ الکترون می گیرد، پس a می تواند ۱ یا ۲ باشد. در عنصر X، زیرلایه ۳d در حال پر شدن است. این زیرلایه مربوط به فلزهای واسطه دوره چهارم است و حداکثر ۱۰ الکترون می گیرد، پس b می تواند عددی بین ۱ تا ۱۰ باشد.

بررسی شرط $\frac{b}{a} = 5$:
حالت اول:

$$a = 1 \Rightarrow \frac{b}{1} = 5 \Rightarrow b = 5$$

عنصر M با $a = 1$ ، پتاسیم (K) با عدد اتمی ۱۹ است ($4s^1$).
عنصر X با $b = 5$ ، منگنز (Mn) با عدد اتمی ۲۵ است ($3d^5 4s^2$).
تفاوت عدد اتمی: $25 - 19 = 6$
حالت دوم:

$$a = 2 \Rightarrow \frac{b}{2} = 5 \Rightarrow b = 10$$

عنصر M با $a = 2$ ، کلسیم (Ca) با عدد اتمی ۲۰ است ($4s^2$ / ..).
 عنصر X با $b = 10$ ، روی (Zn) با عدد اتمی ۳۰ است ($3d^{10} 4s^2$ / ..).
 تفاوت عدد اتمی: $30 - 20 = 10$
 در نتیجه از بین تفاوت‌های ممکن (۶ و ۱۰)، بیشترین مقدار ۱۰ است.

۱۰۲- پاسخ- گزینه ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:
 گزینه ۱: نام درست CuO ، مس (II) اکسید است.
 گزینه ۳: نام درست MgO ، منیزیم اکسید است.
 گزینه ۴: نام درست PCl_5 ، فسفر پنتاکلرید است.

۱۰۳- پاسخ- گزینه ۲

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{204} \times 10^{21} \text{ (واحد } MCl_2) \right) \times \frac{1 \text{ mol } MCl_2}{6.02 \times 10^{23} \text{ (واحد } MCl_2)} \times \frac{(M + 71) \text{ g } MCl_2}{1 \text{ mol } MCl_2} \\ & \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 254 \text{ mg } MCl_2 \\ & \Rightarrow M = 56 \end{aligned}$$

۱۰۴- پاسخ- گزینه ۱

هر مول آلومینیم سولفید (Al_2S_3) شامل ۲ مول Al^{3+} و ۳ مول S^{2-} است. (مجموعاً ۵ مول یون)

$$\begin{aligned} & \text{یون } 2 \times 10^{23} \simeq \frac{\text{یون } 6.02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol یون}} \times \frac{5 \text{ mol یون } Al_2S_3}{150 \text{ g } Al_2S_3} \times \frac{1 \text{ mol } Al_2S_3}{10 \text{ g } Al_2S_3} \times 10 \text{ g } Al_2S_3 = \text{یون } ? \text{ : بخش اول مسئله} \\ & \frac{\text{g S}}{\text{g Al}} = \frac{3 \text{ mol S} \times \frac{32 \text{ g S}}{1 \text{ mol S}}}{2 \text{ mol Al} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}}} = \frac{96}{54} = \frac{16}{9} \text{ : بخش دوم مسئله} \end{aligned}$$

۱۰۵- پاسخ- گزینه ۳

۸ گاز فراوان هواکره به ترتیب درصد حجمی: نیتروژن (N_2): ۷۸٪/اکسیژن (O_2): ۲۱٪/آرگون (Ar): ۰.۹۳٪/کربن دی اکسید (CO_2): ۰.۰۳٪/نئون (Ne): ۰.۰۰۱۸٪/هلیوم (He): ۰.۰۰۰۵٪/کریپتون (Kr): ۰.۰۰۰۱٪/زنون (Xe)

بررسی گزینه‌ها :

گزینه ۱: نادرست- درصد حجمی آرگون از کربن دی اکسید بیشتر است.

گزینه ۲: نادرست- هلیوم که در رتبه ششم قرار دارد، عنصری از دسته S است.

گزینه ۳: درست- با افزایش عدد اتمی میان گازهای هلیوم، نئون و آرگون درصد حجمی در هواکره نیز افزایش می‌یابد.

گزینه ۴: نادرست- دو عنصر هلیوم و نئون واکنش ناپذیر هستند.