



کیمیا را دنبال کنید

آموزشگاه کیمیا

دخت رانه | پس رانه



آزمون های جامع کیمیا

آزمون ۴ گزینه ای

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

پاسخنامه آزمون

۱۷ بهمن ماه

دوازدهم ریاضی

ریاضیات

سوال ۱ گزینه ۲



ضابطه تابع f را ساده تر مینویسیم و سپس وارون آن را مشخص میکنیم.

$$f(x+1) = (x+1)^2 - 2 \Rightarrow f(t) = t^2 - 2$$

اکنون برای به دست آوردن $g(x) = f^{-1}(x) + f(x+1) - x$ باید $y = f^{-1}(x)$ را بیابیم.

$$y = x^2 - 2 \Rightarrow y + 2 = x^2 \Rightarrow \sqrt{y+2} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+2}$$

$$g(x) = f^{-1}(x) + f(x+1) - x = \sqrt{x+2} + x^2 + 2x^2 + 2x - 1$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} + 2x^2 + 2x - 1$$

اکنون شیب خط مماس را می یابیم

$$m = g'(-1) = \frac{1}{2} + 2 - 2 = \frac{1}{2}$$

سوال ۲ گزینه ۱



$f(5)$ را برابر ۳- قرار میدهیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x) + 2(x-2)}{x-5} = 6 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x) + 2x - 4}{x-5} = 6 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x) + 9 - 9 + 2x - 4}{x-5} = 6 \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2(f(x) + 2)}{x-5} + \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x - 11}{x-5} = 6 \Rightarrow 2 \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x-5} + \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2(x-5)}{x-5} = 6 \\ &\Rightarrow 2f'(5) + 2 = 6 \Rightarrow f'(5) = 2 \end{aligned}$$

سوال ۳ گزینه ۲



در بازه $(2, 3)$ ، $f(x) > 0$ و $f'(x) < 0$ زیرا شیب خط های مماس عدد منفی است.

سوال ۴ گزینه ۱



باید از تعریف مشتق استفاده کنیم:

$$g'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{x^2 - 9}{1 - f(x)} - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(1 - f(x))(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{1 - f(x)}$$

$$= \frac{2 + 2}{1 - (-1)} = 2$$

توجه کنید که در قسمت پایانی راه حل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ مدنظر است و نه $f(2)$.
نکته:

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

سوال ۵ گزینه ۳



طبق شکل، نقطه تماس محل برخورد $|x| - 1$ با محور x ها است.

$$|x| - 1 = 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \text{طول نقطه تماس} = x = -1$$

خط مماس بر منحنی f در نقطه به طول -1 برابر $-x - 1$ است. در نتیجه:

$$m_d = -1 \Rightarrow f'(-1) = -1$$

حاصل حد مورد نظر برابر میشود با:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1 + 2h) + f(-1 + h) - 2f(-1)}{h} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1 + 2h) - f(-1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1 + h) - f(-1)}{h}$$

$$= 2f'(-1) + f'(-1) = 3f'(-1) = 3(-1) = -3$$

سوال ۶ گزینه ۳



از آنجا که خطوط مماس بر خطی با شیب -1 عمود هستند. پس مشتق منحنی مربوط را محاسبه کرده و برابر با 1 قرار میدهیم.

$$y' = \frac{5(3x + 2) - 2(5x - a)}{(3x + 2)^2} = \frac{15 + 2a}{9(x + 1)^2} = \frac{5 + a}{3(x + 1)^2} = 1 \Rightarrow 5 + a = 3x^2 + 6x + 2$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 6x - 2 - a = 0$$

جواب های معادله بالا نقاط تماس می باشند. با توجه به داده سؤال حاصل ضرب دو جواب معادله برابر با -3 است.

$$-۳ = \frac{C}{A} = \frac{-۲-a}{۳} \Rightarrow a = ۷$$

$$۲x^۲ + ۶x - ۹ = ۰ \Rightarrow ۲(x+۳)(x-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۳ \\ x = ۱ \end{cases}$$

معادله منحنی را بازنویسی میکنیم و یکی از ریشه های به دست آمده را جایگذاری می‌نماییم.

$$y = \frac{۵x-۷}{۲x+۳} \xrightarrow{x=۱} y = \frac{۵(۱)-۷}{۲(۱)+۳} = -\frac{۱}{۳}$$

نقطه $(۱, -\frac{1}{3})$ در خط $y = -x - b$ صدق میکند، به این ترتیب b به دست می‌آید.

$$y = -x - b \xrightarrow{(1, -\frac{1}{3})} b = \frac{-۲}{۳} \Rightarrow ab = ۷ \times \left(\frac{-۲}{۳}\right) = \frac{-۱۴}{۳}$$

سوال ۷ گزینه ۳



$$y(۱) = -۴$$

$$y' = \frac{\wedge}{x^۲} \Rightarrow m = y'(۱) = ۸$$

$$\text{خط مماس} : y = ۸x - ۱۲$$

$$\text{تقاطع} : ۸x - ۱۲ = -\frac{۴}{x^۲} \Rightarrow ۲x - ۳ = -\frac{۱}{x^۲} \Rightarrow ۲x^۳ - ۲x^۲ + ۱ = ۰$$

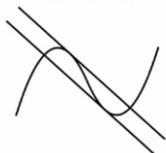
$$\Rightarrow (x-۱)^۲(۲x+۱) = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۲}$$

سوال ۸ گزینه ۲



در نقاطی که $f'(x) = -۱$ باشد تابع g و تعریف نمیشود، بنابراین در نقاطی که مماس $f(x)$ شیب -۱ دارد، تابع g و تعریف نمی‌شود.

بنابراین در دو نقطه A و B این شرایط رخ میدهد.



سوال ۹ گزینه ۱



$$f'(2) = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{BC} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_C - y_B = -\frac{1}{2}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

سوال ۱۰ گزینه ۲



اگر فرض کنیم شیب خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه $(-1, 2)$ روی نمودار برابر m باشد، در این صورت معادله ی خط مماس به صورت زیر خواهد بود:

$$y - 2 = m(x + 1) \Rightarrow y = mx + m + 2$$

چون این خط محور x ها را در نقطه ای به طول -4 قطع میکند پس این خط از نقطه $(-4, 0)$ میگذرد و بنابراین داریم:

$$0 = -4m + m + 2 \Rightarrow m = \frac{2}{3} \Rightarrow f'(-1) = \frac{2}{3}$$

$$g(x) = (x^2 + ax + 5)f(x)$$

$$\Rightarrow g'(x) = (2x + a)f(x) + (x^2 + ax + 5)f'(x)$$

$$g'(-1) = (-2 + a)f(-1) + (1 - a + 5)f'(-1)$$

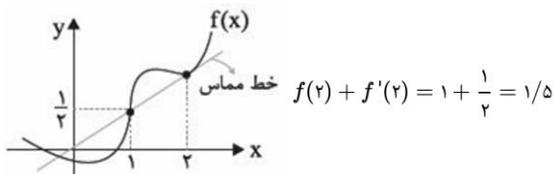
$$\Rightarrow g'(-1) = (-2 + a)(2) + (6 - a)\frac{2}{3} \Rightarrow g'(-1) = -4 + 2a + 4 - \frac{2}{3}a$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{2a}{3} \Rightarrow a = 15$$

سوال ۱۱ گزینه ۲



معادله خط مماس بر منحنی در $x = 2$ برابر $y = \frac{1}{5}x$ است. شیب این خط همان $f'(2)$ است و مقدار $f(2)$ برابر مقدار این خط در $x = 2$ می باشد:



سوال ۱۲ گزینه ۱



اگر $f(x) = \frac{ax^2 + 2}{2x - 1}$ در $x = 1$ بر خط $y = 3x - b$ مماس باشد باید:

$$(1) f'(1) = 3 \Rightarrow f'(x) = \frac{2ax^2(2x-1) - 2(ax^2+2)}{(2x-1)^2}$$

$$\xrightarrow{x=1} f'(1) = \frac{2a(1) - 2(a+2)}{1} = \frac{a-6}{1} = 3 \Rightarrow a = 9$$

پس $f(x) = \frac{9x^2 + 2}{2x - 1}$ است. به علاوه باید تابع و خط در $x = 1$ با هم برخورد کنند.

$$f(1) = 3(1) - b \Rightarrow \frac{9+2}{1} = 3 - b \Rightarrow b = -9$$

پس $a + b = 0$ می شود.

سوال ۱۳ گزینه ۲



چون تابع f در بازه $(-\infty, 0)$ نزولی است پس در این بازه $f'(x) < 0$ است و چون تابع f در بازه $(0, +\infty)$ صعودی است. پس در این بازه $f'(x) > 0$ است. (پس گزینه ی ۴ غلط است.) ضمناً وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ تابع تقریباً افقی میشود، پس باید $f'(x)$ تقریباً صفر باشد. بنابراین گزینه های ۱ و ۳ غلط هستند و گزینه ی ۲ صحیح است.

سوال ۱۴ گزینه ۴



معادله ی نمودار تابع خطی f که از نقطه های $A(-2, 0)$ و $B(0, 4)$ گذشته است، به صورت زیر است:

$$y - 4 = \frac{4 - 0}{0 - (-2)}(x - 0) \Rightarrow y - 4 = 2x \Rightarrow y = 2x + 4 \Rightarrow f(x) = 2x + 4$$

مشتق تابع f به ازای هر مقدار دلخواه x برابر مقدار ثابت ۲ است، پس همواره $f'(x) = 2$ است. از طرف دیگر نمودار تابع g در نقطه ی $x = -1$ بر خط $y = 2x + 4$ مماس است. پس $g'(-1) = 2$ (زیرا مقدار مشتق تابع به ازای طول نقطه ی تماس برابر است با شیب خط مماس) بنابراین داریم:

$$(f \circ g)'(-1) = g'(-1)f'(g(-1)) = 2 \times f'(2) = 2 \times 2 = 4$$

سوال ۱۵ گزینه ۲



یک بار $m = 1$ و یک بار $m = -4$ را به معادله می‌دهیم تا مختصات نقطه ثابت را به دست آوریم در (ریشه های ضریب های x و y را می‌دهیم).

$$m = 1 \Rightarrow 5y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{5}$$

$$m = -4 \Rightarrow -5x = 4 \Rightarrow x = -\frac{4}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{4}{5} \\ x = -\frac{4}{5} \end{array} \right\} A, \left(-\frac{4}{5}, \frac{4}{5} \right)$$

$$\frac{\left| 3 \times \frac{-4}{5} + 3 \times \frac{4}{5} + 7 \right|}{\sqrt{3^2 + 3^2}} = \frac{7}{3\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{6}$$

حال فاصله نقطه A را از خط L به دست می آوریم:

سوال ۱۶ گزینه ۴



معادله خط با شیب $-\frac{4}{3}$ و عرض از مبدا ۶ به صورت $4x + 3y - 18 = 0$ یا $y = -\frac{4}{3}x + 6$ است و فاصله نقطه $A(7, 5)$ از این خط برابر است:

$$AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4(7) + 3(5) - 18|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{25}{5} = 5$$

سوال ۱۷ گزینه ۲



برای طول نقاط داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_E = \frac{x_A + x_D}{2} \\ x_F = \frac{x_B + x_C}{2} \Rightarrow x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \Rightarrow x_D = 3 \\ x_G = \frac{x_E + x_F}{2} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \Rightarrow y_D = 6 \end{array} \right.$$

به شیوه مشابه برای عرض نقاط داریم:

$$x_D \cdot y_D = 3 \times 6 = 18 \text{ پس}$$

سوال ۱۸ گزینه ۴



$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{8} = 1 \Rightarrow -8x + 2y = 24 \Rightarrow d: y = \frac{4}{x} + 8$$

نقطه $M \begin{vmatrix} -\alpha \\ \alpha \end{vmatrix}$ روی خط d قرار دارد.

$$\text{مربع } \alpha = \frac{4}{2}(-\alpha) + 8 \Rightarrow \alpha + \frac{4}{2}\alpha = 8 \Rightarrow \frac{11}{2}\alpha = 8 \Rightarrow \alpha = \frac{24}{11}$$

$$\text{مربع} = \text{قطر مربع} \times \sqrt{2} \Rightarrow \text{قطر مربع} = \frac{24\sqrt{2}}{11}$$

سوال ۱۹ گزینه ۳



با توجه به مساحت مثلث داریم:

$$S = \frac{\frac{30}{k} \times \frac{30}{k+1}}{2} = 15 \Rightarrow \frac{30}{k} \times \frac{30}{k+1} = 30 \Rightarrow k^2 + k - 30 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -6 \Rightarrow \text{غ ق ق} \\ k = 5 \checkmark \end{cases}$$

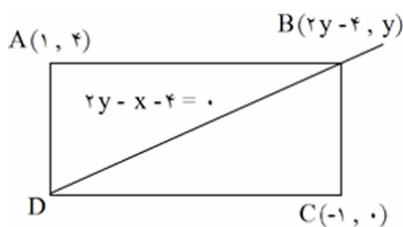
$$k = 5 \Rightarrow 5x + 6y = 30 \quad \text{بنابراین:}$$

$$m = \frac{|-5 + 12 - 30|}{\sqrt{25 + 36}} = \frac{23}{\sqrt{61}}$$

لذا فاصله نقطه $A(-1, 2)$ از این خط:

$$m\sqrt{61} = \frac{23}{\sqrt{61}} \times \sqrt{61} = 23$$

سوال ۲۰ گزینه ۳



$$\text{شرط: } x = 2y - 4 > 0 \Rightarrow y > 2$$

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{y-4}{2y-5} \times \frac{y}{2y-2} = -1$$

$$\Rightarrow -y^2 + 4y = 4y^2 - 16y + 15 \Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$$

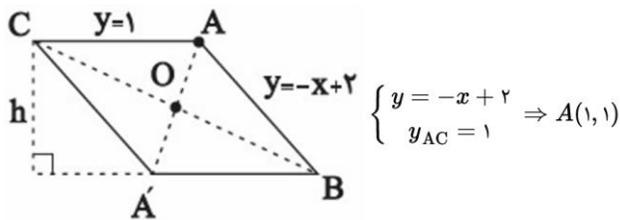
$$y = 3 \checkmark$$

$$y = 1 \times$$

$$x = 2 \Rightarrow \begin{matrix} B(2, 3) \\ C(-1, 0) \end{matrix} \Rightarrow |BC| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \text{طول } \checkmark$$

$$\begin{matrix} B(2, 3) \\ A(1, 4) \end{matrix} \Rightarrow |AB| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{عرض}$$

سوال ۲۱ گزینه ۳



A' قرینه نقطه A نسبت به مبدأ مختصات است. $A'(-1, -1)$.

$$AC \parallel A'B \xrightarrow{A'B \text{ افقی است}} y_{A'B} = -1 \Rightarrow \begin{cases} y = -x + 2 \\ y_{AC} = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1, 1)$$

قاعده: $A'B = 2 - (-1) = 3$

ارتفاع h : $y_{AC} - y_{A'B} = 1 - (-1) = 2$

متوازی الاضلاع S : $A'B \times h = 3 \times 2 = 6$

سوال ۲۲ گزینه ۱



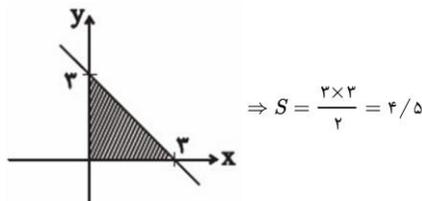
ابتدا محل تلاقی دو خط داده شده را می‌یابیم:

$$\begin{cases} y - 2x = 9 \\ 2y + 3x = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = -2, y = 5 \Rightarrow A \begin{vmatrix} -2 \\ 5 \end{vmatrix}$$

با توجه به این که شیب خط نیمساز ناحیه دوم و چهارم یعنی $y = -x$ برابر -1 است شیب این خط نیز باید -1 باشد. پس داریم:

$$A \begin{vmatrix} -2 \\ 5 \end{vmatrix}, m = -1 \Rightarrow y = -x + 3$$

خط فوق با محورهای مختصات مثلثی به این شکل ایجاد میکند:



$$\Rightarrow S = \frac{2 \times 3}{2} = 3$$

سوال ۲۳ گزینه ۱



نمودارهای دو تابع را در یک دستگاه رسم میکنیم:

مختصات نقاط A و B به ترتیب به صورت $A(2,5)$ و $B(0,1)$ است. پس کافی است مختصات نقطه C را به دست می آوریم:

$$x_C : x + 1 = 5 - 2(x - 2) = 9 - 2x \Rightarrow x_C = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow y_C = \frac{11}{3}$$

پس نقطه C همه به صورت $C(\frac{8}{3}, \frac{11}{3})$ است. طول قاعده BC برابر است با:

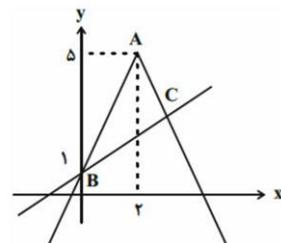
$$BC = \sqrt{\left(\frac{8}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{11}{3} - 1\right)^2} = \frac{8}{3}\sqrt{2}$$

از طرفی معادله خط شامل ضلع BC نیز همان خط $y - x - 1 = 0$ است. فاصله نقطه A از این خط برابر ارتفاع مثلث است:

$$AH = \frac{|5 - 2 - 1|}{\sqrt{(-1)^2 + (1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

پس مساحت مثلث ABC برابر است با:

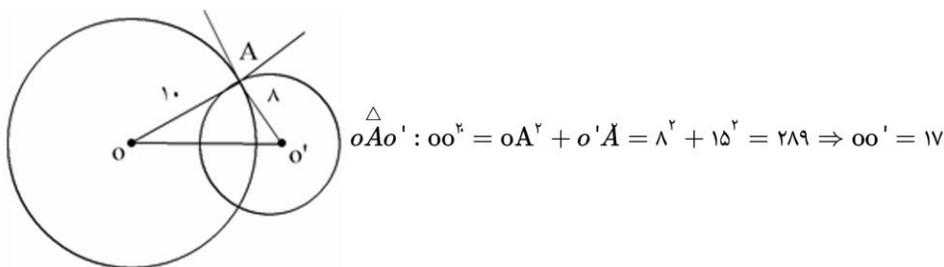
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{8}{3}$$



سوال ۲۴ گزینه ۱



مماس های رسم شده در نقطه تلاقی دو دایره به مراکز O و O' یعنی A بر هم عمودند. پس این مماس ها از مراکز دو دایره عبور میکنند. در نتیجه در مثلث AOA' که قائم الزاویه است. مینویسیم:



توجه کنید خط مماس بر دایره در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است به همین علت هر کدام از این مماس ها از مرکز دایره دیگر عبور میکند.

سوال ۲۵ گزینه ۲



$$\widehat{A} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE} + \widehat{EF}}{2} = \alpha$$

$$\widehat{D} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{AB} + \widehat{AF} + \widehat{EF}}{2} = \beta$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = \frac{2\widehat{BC} + 2\widehat{EF} + \widehat{AB} + \widehat{AF} + \widehat{CD} + \widehat{DE}}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{2(\widehat{BC} + \widehat{EF}) + 260^\circ - (\widehat{BC} + \widehat{EF})}{2} = 180^\circ + \frac{\widehat{BC} + \widehat{EF}}{2}$$

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{EF}}{2} = 60^\circ \quad \text{از طرفی:}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} \quad \text{لذا } \alpha + \beta = 180^\circ + 60^\circ \text{ در نتیجه:}$$

سوال ۲۶ گزینه ۱

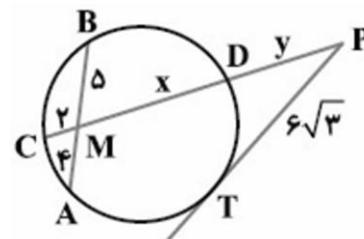


$$MA \times MB = MC \times MD \Rightarrow 4 \times 5 = 2 \times x \Rightarrow x = 10$$

$$PT^2 = PD \times PC \Rightarrow (6\sqrt{3})^2 = y(y + 10 + 2)$$

$$\Rightarrow 108 = y^2 + 12y \Rightarrow y^2 + 12y - 108 = 0$$

$$\Rightarrow (y + 18)(y - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -18 \text{ ق ق غ} \\ y = 6 \end{cases}$$



سوال ۲۷ گزینه ۱



میدانیم شعاع دایره ی محاطی خارجی مماس بر ضلع AC به طول (b) برابر است با:

$$r_b = \frac{S}{P - b} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{(1)} 5\sqrt{6} = \frac{30\sqrt{6}}{P - b} \Rightarrow P - b = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} (2) P - a = 5 \\ (3) P - b = 6 \\ (4) P - c = 9 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 2P - (a + b + c) = 20 \Rightarrow P = 20$$

از طرفی میدانیم کوچکترین ارتفاع مثلث بر بزرگترین ضلع مثلث وارد میشود. پس a ، طول بزرگترین ضلع است. بنابراین

$$S = \frac{a \times h_a}{2} \Rightarrow 30\sqrt{6} = \frac{15 \times h_a}{2} \Rightarrow h_a = 4\sqrt{6}$$

سوال ۲۸ گزینه ۱



از نقطه C عمود CH را بر خط d وارد میکنیم تا دوزنقه قائم الزاویه $ABCH$ ایجاد شود. از دوران این دوزنقه حول خط d یک مخروط ناقص به وجود میآید و از دوران مثلث قائم الزاویه ACH یک مخروط ایجاد میشود. پس حجم حاصل برابر تفاضل حجم مخروط ناقص از حجم این مخروط است.

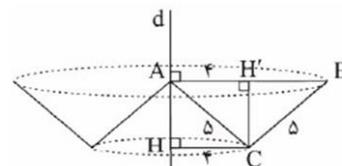
در مثلث متساوی الساقین ABC ارتفاع CH' را رسم میکنیم.

در این صورت $AH' = 4$ و $CH' = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ است و داریم:

$$\text{حجم مخروط ناقص} = \frac{1}{3}\pi h(r^2 + r'^2 + rr') = \frac{1}{3}\pi(3)(8^2 + 4^2 + (8 \times 4)) = 112\pi$$

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3}\pi hr'^2 = \frac{1}{3}\pi(3)(4)^2 = 16\pi$$

$$\text{حجم خواسته شده} = 112\pi - 16\pi = 96\pi$$



سوال ۲۹ گزینه ۱



صفحه عمود بر دو خط متناظر قابل رسم نیست. زیرا دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی اند پس نمی‌توانند متناظر باشند. پس چنین صفحه ای وجود ندارد.

سوال ۳۰ گزینه ۲



مکعب داده شده از $4 \times 4 \times 3 = 48$ مکعب کوچک ساخته شده است. نمای بالای خواسته شده شامل ۱۰ مکعب است پس حداکثر تعداد مکعب هایی که باید برداشته شود تا به نمای خواسته شده برسیم برابر $48 - 10 = 38$ است.

سوال ۳۱ گزینه ۱



$$\begin{aligned} [(p \vee \sim q) \vee \sim r] \wedge (p \vee q) \wedge (p \vee r) &\equiv [(p \vee \sim q) \vee \sim r] \wedge [p \vee (q \wedge r)] \equiv \\ [p \vee (\sim q \vee \sim r)] \wedge [p \vee (q \wedge r)] &\equiv p \vee [(\sim q \vee \sim r) \wedge (q \wedge r)] \equiv \\ p \vee \underbrace{[\sim(q \wedge r) \wedge (q \wedge r)]}_F &\equiv p \vee F \equiv p \end{aligned}$$

سوال ۳۲ گزینه ۲



گزینه «۲»: $(x-1)(x^2 + 2x - 3) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

یعنی اگر $(x-1)(x^2 + 2x - 3) = 0$ باشد x میتواند برابر ۱ یا (-۳) باشد پس عکس قضیه در حالت کلی برقرار نیست. درستی سایر گزینه ها را به عنوان تمرین خودتان بررسی کنید.

سوال ۳۳ گزینه ۳



$$2^n - 2^{n-2} = 3584 \Rightarrow 2^{n-2}(2 - 1) = 3584 \Rightarrow 2^{n-2} = 3584$$

پس $2^{n-2} = 2^9$ در نتیجه $n = 12$

سوال ۳۴ گزینه ۱



اگر فضای نمونه را مجموعه $\{1, 2, 3, 3', 5, 6\}$ فرض کنیم آنگاه:

$$n(S) = \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

اگر هر نمونه ۳ تایی را به صورت $\{a, b, c\}$ در نظر بگیریم، آنگاه مطلوب آن است که میانگین این نمونه برابر ۴ باشد:

$$\frac{a+b+c}{3} = 4 \Rightarrow a+b+c = 12$$

پس در میان ۲۰ نمونه ۳ تایی آنهایی مطلوب هستند که حاصل جمع ۳ عدد برابر با ۱۲ باشد، این نمونه ها عبارتند از:

$$\{1, 5, 6\}, \{3, 4, 5\}, \{3', 4, 5\}, \{3, 3', 6\}$$

بنابراین احتمال مطلوب برابر است با

$$\frac{4}{20} = \frac{2}{10} = 0.2$$

سوال ۳۵ گزینه ۳



A : روی یک کارت قرمز باشد

B : روی دیگر کارت قرمز باشد

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{11} \times \frac{2}{11}}{\left(\frac{2}{11} \times \frac{2}{11}\right) + \left(\frac{7}{11} \times \frac{1}{11}\right)} = \frac{4}{6+7} = \frac{4}{13}$$

سوال ۳۶ گزینه ۱



میدانیم:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A)$$

A : بازیکن اول فروردین ماه به دنیا آمده باشد.

B : بازیکن دوم بعد از بازیکن اول به دنیا آمده باشد. (اگر بازیکن اول فروردین به دنیا آمده باشد بازیکن دوم بعد از او به دنیا آمده است)

(احتمال آنکه بازیکنی به تصادف از بین ۱۲ نفر انتخاب شود و فروردین ماه به دنیا آمده باشد) $P(A) = \frac{1}{12}$

(در تیمی از حالات بازیکن اول قبل از بازیکن دوم متولد شده است و در نیمی از حالات بالعکس است) $P(B) = \frac{1}{2}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6}$$

سوال ۳۷ گزینه ۴



منظور از نقطه برخورد یعنی مقادیر دو تابع در آن نقطه با هم برابرند لذا توابع نمایی و توابع لگاریتمی را باید مساوی قرار دهیم:

$$\begin{cases} y = 9 \times 3^{a-x} = 3^{a-x+2} \\ y = 3^{x+2a} \end{cases} \Rightarrow 3^{a-x+2} = 3^{x+2a} \Rightarrow a - x + 2 = x + 2a$$

$$\Rightarrow 2x + a = 2 \Rightarrow x = \frac{2-a}{2}$$

$$\begin{cases} y = 1 + \text{Log } x \\ y = \text{Log } (2x + a) \end{cases} \Rightarrow \text{Log } (2x + a) = \text{Log } 1 + \text{Log } x \Rightarrow \text{Log } (2x + a) = \text{Log } 1 \cdot x$$

$$\Rightarrow 2x + a = 1 \cdot x \Rightarrow a = 8x \Rightarrow x = \frac{a}{8}$$

چون دو نقطه یکسان هستند، پس:

$$\frac{a}{8} = \frac{2-a}{2} \Rightarrow 2a = 16 - 8a \Rightarrow 10a = 16 \Rightarrow a = 1/6$$

سوال ۳۸ گزینه ۳



$$f(x) = 2^x - 2 \times 2^x + 1 = -2^x + 1$$

$$2^x \in (0, +\infty) \Rightarrow -2^x \in (-\infty, 0) \Rightarrow -2^x + 1 \in (-\infty, 1)$$

$$R_f = (-\infty, 1)$$

سوال ۳۹ گزینه ۱



با استفاده از خواص لگاریتم داریم:

$$\begin{aligned} \text{Log } \sqrt[5]{49} - \text{Log } \frac{2}{3} \times \text{Log } \sqrt[3]{27} &= \text{Log } \frac{2}{3} \times \text{Log } \frac{2}{3} \\ &= \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{-1}\right) \text{Log } \frac{2}{3} - \text{Log } \frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{-2}\right) \text{Log } \frac{2}{3} = -\frac{2}{5} + \frac{3}{4} \underbrace{\text{Log } \frac{2}{3} \times \text{Log } \frac{2}{3}}_1 \\ &= -\frac{2}{5} + \frac{2}{4} = \frac{-8 + 10}{20} = \frac{2}{20} \end{aligned}$$

سوال ۴۰ گزینه ۲



$$\text{Log } E = 11/8 + 1/5 \times 6/8 = 11/8 + 10^2 \Rightarrow \text{Log } E = 22 \Rightarrow E = 10^{22}$$

فیزیک

سوال ۴۱ گزینه ۱



$$\ell = 1 + \frac{2 \times \pi \times 3}{2} + 1/5 + \frac{2 \times \pi \times 3}{2} + 0/5 = 21 \text{ m}$$

$$\Delta x = 1 + 6 + 1/5 + 6 + 0/5 = 15 \text{ m} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{21}{15} = \frac{7}{5}$$

سوال ۴۲ گزینه ۳



چون ابتدا تندی متحرک افزایش می یابد و سپس کاهش پس حرکت متحرک ابتدا تندشونده و سپس کند شونده می باشد و با توجه به اینکه سرعت متحرک همواره مثبت است در نتیجه همواره در جهت محور X جابه جا می شود.

سوال ۴۳ گزینه ۴



برای پیدا کردن لحظه هایی که مکان متحرک $\vec{x} = (30 \text{ m})\vec{i}$ است. ابتدا باید جابجایی را محاسبه کنیم مکان اولیه صفر و مکان نهایی 30 m ، جابجایی برابر است با: $\Delta x = 30 - 0 = 30 \text{ m}$. باید لحظه یا لحظه هایی را پیدا کنیم که مساحت زیر نمودار از $t = 0$ تا آن لحظه برابر با 30 متر شود.

نمودار سرعت- زمان از دو بخش خطی تشکیل شده است:

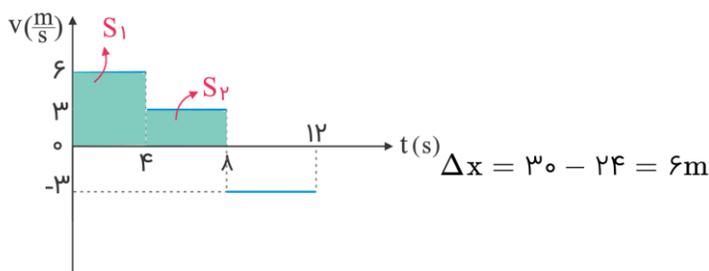
۱ بازه ۰ تا ۴ ثانیه: سرعت ثابت 6m/s است. جابجایی در این بازه (مساحت مثلث):

$$S_1 = 6 \times 4 = 24\text{m}$$

چون جابجایی لازم (۳۰ متر) بیشتر از جابجایی در ۴ ثانیه اول (۲۴ متر) است. لحظه مورد نظر حتماً بعد از $t = 4\text{s}$ خواهد بود.

۲ بازه ۴ تا ۸ ثانیه: سرعت ثابت 3m/s است.

حالا باید مساحت را در بازه دوم محاسبه کنیم تا به جابجایی کل ۳۰ متر برسیم. جابجایی مورد نیاز در بازه دوم (از $t = 4\text{s}$ به بعد):



مساحت زیر نمودار از $t = 4\text{s}$ تا $t = 8\text{s}$ (مثلث بالای محور زمان):

$$S_2 = 3 \times 4 = 12\text{m}$$

جابجایی گل تا $t = 8\text{s}$:

$$\Delta x_t = S_1 + S_2 = 24 + 12 = 36\text{m}$$

چون جابجایی لازم (۳۰ متر) کمتر از جابجایی تا $t = 8\text{s}$ (۳۶ متر) است. اولین لحظه مورد نظر (t_1) بین ۴ و ۸ ثانیه قرار دارد.

و چون جابجایی بعد از $t = 8\text{s}$ منفی میشود (سرعت منفی است) جابجایی کل دوباره کاهش می یابد و ممکن است دوباره به ۳۰ متر برسد. پس لحظه دومی (t_2) نیز وجود دارد که بزرگتر از ۸ ثانیه است.

بررسی زمانی که مکان متحرک ۳۰ متر است:

بازه دوم $t = 4\text{s}$ تا $t = 8\text{s}$: در این بازه سرعت ثابت 3m/s است. پس معادله مکان را می نویسیم:

$$x(t) = vt + x_0 = 3(t - 4) + 24 = 3t + 12$$

$$\xrightarrow{x(t)=30\text{m}} 30 = 3t + 12 \Rightarrow 3t = 18 \Rightarrow t = 6\text{s}$$

بازه دوم $t = 8\text{s}$ تا $t = 12\text{s}$ در این بازه سرعت ثابت 3m/s است. پس معادله مکان را می نویسیم:

پاسخنامه آزمون جامع ۱۷ بهمن آموزشگاه کیمیا

آدرس: مطهری شمالی-انتهای کوچه ۱۵ زرگری-روبهرو مدرسه سادات رفیعی

$$x(t) = vt + x_0 = -3(t - 8) + 36 = -3t + 60$$

$$\xrightarrow{x(t)=30\text{m}} 30 = -3t + 60 \Rightarrow 3t = 30 \Rightarrow t = 10\text{s}$$

بنابراین لحظه هایی که مکان متحرک ۳۰ متر است. $t = 6\text{s}$ و $t = 10\text{s}$ هستند.

سوال ۴۴ گزینه ۱



$$\text{در قسمت اول: } t_1 = \frac{1}{4}t \Rightarrow d_1 = v_1 t_1 = 30 \times \frac{1}{4}t = 7.5t$$

$$\text{در قسمت دوم: } t_2 = \frac{3}{4}t \Rightarrow d_2 = v_2 t_2 = 8 \times \frac{3}{4}t = 6t \Rightarrow \bar{v} = \frac{|d_1 - d_2|}{t_1 + t_2}$$

$$= \frac{7.5t - 6t}{t} = 1.5 \text{ m/s}$$

سوال ۴۵ گزینه ۲



$$v_A = |\tan \alpha| = \left| \frac{4}{5} \right| = 0.8 \text{ m/s}$$

$$v_B = |\tan \alpha| = \left| \frac{6}{5} \right| = 1.2 \text{ m/s}$$

$$x_A = -0.8t + 6 \xrightarrow{x=0} t = 7.5\text{s}$$

$$x_B = 1.2t - 4 \xrightarrow{t=7.5} x_B = (1.2 \times 7.5) - 4 = 5\text{m}$$

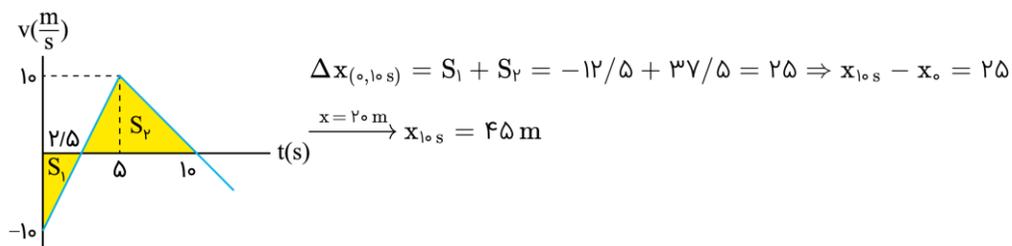
$$|x_B - x_A| = 5 - 0 = 5\text{m}$$

سوال ۴۶ گزینه ۴



ابتدا نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم میکنیم.

با توجه به نمودار متحرک در $t = 10s$ ، در مکان $x = 45m$ قرار دارد؛ زیرا:



در این لحظه، تندی متحرک برابر صفر است.

سوال ۴۷ گزینه ۲



لحظه تغییر جهت لحظه ای است که سرعت متحرک، صفر می شود

$$\begin{cases} x = -2t^2 + 20t \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 20 \frac{m}{s} \\ x_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = -4t + 20 \end{cases} \Rightarrow 0 = -4t + 20 \Rightarrow t_1 = 5s$$

$$x = \pm 150m \Rightarrow \begin{cases} 150 = -2t^2 + 20t \Rightarrow t^2 - 10t + 75 = 0 \\ -150 = -2t^2 + 20t \Rightarrow t^2 - 10t - 75 = 0 \end{cases}$$

معادله، جواب ندارد

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 15s & \text{ق ق} \\ t = -5s & \text{ق غ} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 0 \\ v_2 = -4 \times 15 + 20 = -40 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 - 40}{2} = -20 \frac{m}{s}$$

سوال ۴۸ گزینه ۴



تغییر مکان در بازه $t_1 = 0.5$ تا $t_2 = 1.0$ s:

$$\Delta x_{(0.5 \rightarrow 1.0)} = x(1.0) - x(0.5) = -4.0 \text{ m} \Rightarrow x(1.0) = -2.0 + (-4.0) = -6.0 \text{ m}$$

طبق معادله مکان-زمان برای حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\xrightarrow{x(1.0) = -6.0 \text{ m}} -6.0 = \frac{1}{2} a (1.0)^2 + v_0 (1.0) - 2.0 \Rightarrow -4.0 = 0.5a + 1.0v_0$$

$$\Rightarrow 0.5a + v_0 = -4 \quad (\text{I})$$

$$\xrightarrow{x(2.0) = 0} 0 = \frac{1}{2} a (2.0)^2 + v_0 (2.0) - 2.0 \Rightarrow 2.0 = 2.0a + 2.0v_0 \Rightarrow 1 = 1.0a + v_0 \quad (\text{II})$$

$$\text{I, II} \Rightarrow \begin{cases} 0.5a + v_0 = -4 \\ 1.0a + v_0 = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2, v_0 = -9 \text{ m/s}$$

محاسبه سرعت در لحظه $t = 1.5$ s:

$$v(t) = at + v_0 \Rightarrow v(t) = t - 9 \xrightarrow{t=1.5} v(1.5) = 6 \text{ m/s}$$

سوال ۴۹ گزینه ۱



با استفاده از قانون دوم نیوتون ($F = ma$) برای هر حالت می نویسیم:

$$F = m_1 a_1 = 12 m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{F}{12}$$

$$F = m_2 a_2 = 4 m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{F}{4}$$

$$F = (m_2 - m_1) a_3 \Rightarrow a_3 = \frac{F}{\frac{F}{4} - \frac{F}{12}} = 6 \text{ m/s}^2$$

سوال ۵۰ گزینه ۳



نیروی وزن، تنها در راستای \mathcal{Y} وارد میشود و مؤلفه افقی نیروی وارد بر جسم ناشی از نیروی مقاومت شاره است. پس نیروی مقاومت شاره، برابر $\vec{F} = -3\vec{i} + F_y\vec{j}$ است.

با توجه به اندازه نیروی مقاومت مؤلفه عمود آن به دست می آید:

$$\sqrt{3^2 + F_y^2} = 5 \Rightarrow F_y = 4\text{ N}$$

به این ترتیب از ۷N نیروی قائم ۴N ناشی از مقاومت شاره و ۳N ناشی از وزن است. پس:

$$mg = 3 \Rightarrow m = 0.3\text{ kg} \Rightarrow m = 300\text{ g}$$

سوال ۵۱ گزینه ۴



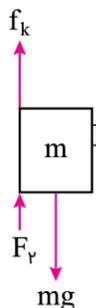
نیرویی که زمین به شخص وارد میکند، نیروی وزن شخص است و این نیرو در حالت های مختلف یکسان است؛ پس نسبت نیرو در حالت دوم به نیروی وزن در حالت اول برابر یک است. دقت کنید که با نیروی عمودی سطح اشتباه گرفته نشود.

سوال ۵۲ گزینه ۴



نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم را رسم میکنیم:

در حالت اول برآیند نیروها برابر صفر است:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = F_v + f_k \quad \begin{matrix} f_k = \mu_k F_N \\ F_N = F_1 = F_v \end{matrix} \Rightarrow mg = F_1(1 + \mu_k) \Rightarrow F_1 = \frac{mg}{1 + \mu_k} = \frac{10m}{1/2}$$

با حذف نیروی F_2 حرکت جسم تند شونده به سمت پایین میشود. با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم داریم:

$$mg - f_k = ma \quad \frac{f_k = \mu_k F_1}{F_1 = \frac{mg}{1 + \mu_k}} \rightarrow mg \left(1 - \frac{1}{1 + \mu_k} \right) = ma \Rightarrow a = \frac{g}{1 + \mu_k}$$

$$\frac{\mu_k = 0.2}{g = 10 \frac{m}{s^2}} \rightarrow a = \frac{10}{1.2} = \frac{25}{3} \frac{m}{s^2}$$

سوال ۵۳ گزینه ۱



مسافت توقف جسمی که روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی μ_k با سرعت اولیه v پرتاب می شود. برابر است با

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

این رابطه را به صورت نسبی برای دو جسم می نویسیم:

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \left(\frac{v_{0A}}{v_{0B}} \right)^2 \times \left(\frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} \right) = \left(\frac{20}{10} \right)^2 \times \left(\frac{1}{2} \right) = 2$$

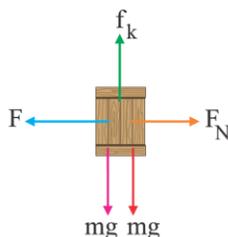
سوال ۵۴ گزینه ۴



گام اول: بر جسم اول دو نیرو به طرف پایین و یک نیروی f_k را به طرف بالا و نیروی عمودی $F_N = F$ عمود بر سطح دیواره وارد می شود.

گام دوم: در راستای موازی با دیوار برابری نیروها صفر است. پس داریم:

$$2mg - f_k = 0, f_k = \mu_k F \Rightarrow 2mg = \mu_k F \Rightarrow 2 \times 2/5 \times 10 = 0.2 \times F \Rightarrow F = 250 \text{ N}$$



سوال ۵۵ گزینه ۲



پس از حذف نیروی F_p داریم:

$$F_{\text{net}} = ma$$

$$F_e - f_k = ma$$

$$F_e = Kx, f_k = \mu_k F_N$$

$$Kx - \mu_k F_N = ma$$

$$8 \times 5 - 0.2 \times 8 \times m \times 10 = m \times 1/2 \Rightarrow m = 10 \text{ kg}$$

قبل از حذف F_p :

$$F_{\text{net}} = ma = 0$$

$$F_e = f_{s\text{max}}$$

$$Kx = \mu_s (F_p + mg)$$

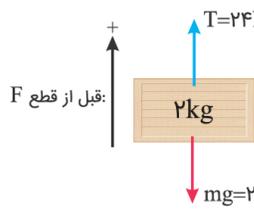
$$8 \times 5 = \mu_s (20 + 10 \times 10)$$

$$\mu_s = \frac{1}{3}$$

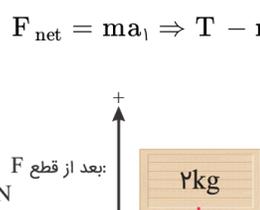
سوال ۵۶ گزینه ۲



گام اول: ابتدا جهتی را برای محور در نظر میگیریم و قبل و بعد از قطع نخ، شتاب جسم را به دست می آوریم
گام دوم: بردار سرعت جسم در لحظه $t = 2S$ و مسافت طی شده تا $t = 2S$ برابر است با:

قبل از قطع F: 

$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow T - mg = ma_1 \Rightarrow 24 - 20 = 2a \Rightarrow a_1 = 2 \text{ m/s}^2$$

بعد از قطع F: 

$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg = ma_2 \Rightarrow a_2 = -10 \text{ m/s}^2$$

$$v_{2s} = a_1 t + v_0 = 2 \times 2 + 0 = 4 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_{(0,2s)} = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + 0 = 4 \text{ m}$$

گام سوم: پس از $t = 2s$ شتاب جسم ثابت و برابر -10 m/s^2 است و جابه جایی جسم برای رسیدن به سطح زمین $-4m$ است. تندی جسم در لحظه برخورد به زمین برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 4^2 = 2(-10)(-4) \Rightarrow v^2 = 96$$

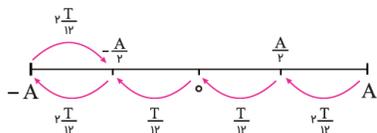
$$\Rightarrow |v| = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \text{ m/s}$$

سوال ۵۷ گزینه ۲



$$x = 0.04 \cos \pi t \Rightarrow w = 4\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0.5s$$

$$t = \frac{1}{3}s \Rightarrow \frac{t}{T} = \frac{\frac{1}{3}}{0.5} = \frac{2}{3} \Rightarrow t = \frac{2T}{3}$$



همانطور که در شکل ملاحظه می کنید با جابه جایی به اندازه $\frac{2T}{3}$ به نقطه $\frac{-A}{2}$ می رسیم.

$$S = \frac{A + A + \frac{A}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{5A}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{15A}{2} \xrightarrow{A=4} 15 \times 2 = 30 \frac{m}{s}$$

نوسانگر از A به $\frac{-A}{2}$ رسیده است.

سوال ۵۸ گزینه ۴



چون ما (در سطح کنکور) فرمولی برای محاسبه سرعت حرکت نوسانی با استفاده از معادله حرکت آن نداریم در این سوالات به سراغ تعیین مکان نوسانگر در لحظه داده شده می رویم که ببینیم متحرک در چه مکانی قرار دارد.

$$x_{0.07\pi} = A \cos(\omega_0 \times \frac{7}{100}\pi) = A \cos(\frac{7\pi}{2}) = 0$$

چون متحرک در مبدا مکان است. تندی آن در این لحظه بیشینه است و چون نوسانگر در این لحظه در جهت محور حرکت می کند. سرعت آن مثبت است. بنابراین

$$v = v_{\max} = +A\omega = +\frac{4}{100} \times \omega_0 = +2 \frac{m}{s}$$

سوال ۵۹ گزینه ۱



با توجه به نمودار $\frac{T}{2} = 0.03s \Rightarrow T = 0.06s$ است. معادله مکان - زمان نوسانگر را می نویسیم.

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \xrightarrow[\frac{T=0.06s}{A=0.08m}]{} x = 0.08 \cos\left(\frac{2\pi}{0.06}t\right) = 0.08 \cos\left(\frac{100\pi}{3}t\right)$$

مکان نوسانگر در لحظه $t_1 = 0.07s$ را به دست می آوریم:

$$x = 0.08 \cos\left(\frac{100\pi}{3} \times \frac{7}{100}\right) = 0.08 \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) = 0.08 \times \frac{1}{2} = 0.04m$$

شتاب نوسانگر را از رابطه $a = -\omega^2 x$ به دست می آوریم:

$$a = -\omega^2 x = -\left(\frac{100\pi}{3}\right)^2 \times (0.04) = -\frac{10^4 \pi^2}{9} \times \frac{4}{100} = -400m/s^2$$

سوال ۶۰ گزینه ۳



حداکثر نیروی وارد بر نوسانگر در انتهای مسیر نوسان برابر است با: $F = KA$
 همچنین انرژی مکانیکی نوسانگر برابر مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل آن است:

$$E = K + U = ۲۰ + ۲۰ = ۴۰ \text{ J}$$

رابطه بین انرژی مکانیکی ثابت فنر و دامنه نوسان برابر است با:

$$E = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}KA \times A = \frac{1}{2}F_{\max}A$$

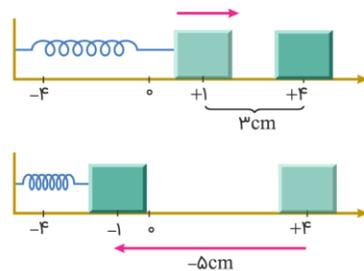
طبق نمودار دامنه نوسان برابر $A = ۲۰ \text{ cm}$ است. پس:

$$۴۰ = \frac{1}{2}F_{\max} \times \frac{۲}{۱۰} \Rightarrow F_{\max} = ۴۰۰ \text{ N}$$

سوال ۶۱ گزینه ۳



حداقل مسافتی که نوسانگر در این شرایط طی میکند $۸ \text{ cm} = ۳ + ۵$ است.
 نوسانگر در هر نوسان کامل $۴A = ۱۶ \text{ cm}$ را طی میکند بنابراین در بازه زمانی ۲ ثانیه ای نوسانگر ۸ cm یا $۲A$ را طی کرده پس $t = \frac{T}{۲} = ۲ \text{ s}$ است:



$$\frac{T}{۲} = ۲ \text{ s} \Rightarrow T = ۴ \text{ s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{\pi}{۲} \text{ rad/s}$$

حال انرژی مکانیکی نوسانگر را از رابطه $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$ به دست می آوریم:

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times \left(\frac{4}{100}\right)^2 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ J} = 0.4 \text{ mJ}$$

سوال ۶۲ گزینه ۳



ابتدا به کمک طول موج و تندی موج دوره تناوب آن را به دست می آوریم. بر اساس شکل موج، طول موج برابر است با $\lambda = 6 \text{ cm}$ و به این ترتیب:

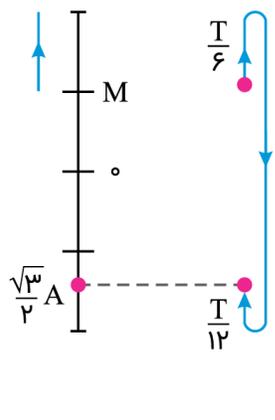
$$\lambda = V T \Rightarrow T = \frac{\lambda}{V} = \frac{6 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-2}} = 2 \text{ s}$$

حال مکان ذره M را پس از $\Delta t = 1/5 \text{ s}$ باید به دست آوریم. این زمان نسبت به زمان تناوب M برابر است با: $1/5 \text{ s} = \frac{2}{4} T$

و در طی این مدت حرکت نقطه M به شکل زیر است.

و در پایان این مدت در مکان x قرار می گیرد

طبق رابطه $a = -\omega^2 x$ داریم:



$$x = \frac{-\sqrt{3}}{2} A \Rightarrow x = \frac{-\sqrt{3}}{2} (2) \text{ cm}$$

$$a = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times x = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot x$$

$$= \frac{-4 \times 10}{4} \times \frac{-3\sqrt{3}}{2} \times 10^{-2} = \frac{+3\sqrt{3}}{20} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

سوال ۶۳ گزینه ۲



$$\Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_r}{I_1}\right), I = \frac{P}{A} \xrightarrow{P_{\text{sbet}}} I_1 A_1 = I_r A_r \Rightarrow I_1 r_1^2 = I_r r_r^2$$

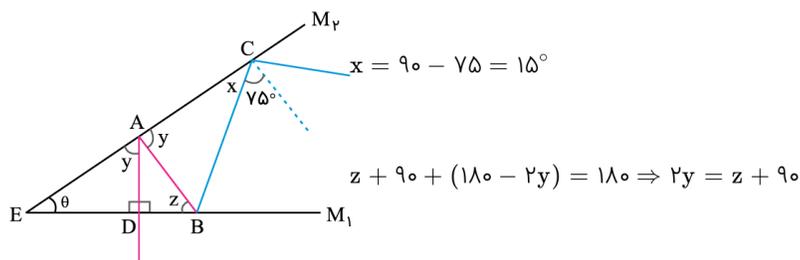
$$\Rightarrow \Delta\beta = 20 \log\left(\frac{r_1}{r_r}\right) = 20 \log\left(\frac{10}{100}\right) = 20 \log(10^{-1}) = -20 \text{ dB}$$

$$\beta_r = \beta_1 + \Delta\beta = 70 \text{ dB} + (-20 \text{ dB}) = 50 \text{ dB}$$

سوال ۶۴ گزینه ۳



مسیر پرتو را ترسیم میکنیم
در برخورد سوم زاویه بازتاب 75° است. پس:



در مثلث ABD داریم:

و در مثلث ABC نیز:

و به این ترتیب:

و در پایان:

$$x = 90 - 75 = 15^\circ$$

$$z + 90 + (180 - 2y) = 180 \Rightarrow 2y = z + 90$$

$$y = 180 - 15 = 165^\circ = 2z \Rightarrow y = 2z - 15 \Rightarrow 2(2z - 15) = z + 90 \Rightarrow z = 40^\circ$$

$$\theta + y = 90 \Rightarrow \theta = 25^\circ$$

سوال ۶۵ گزینه ۲



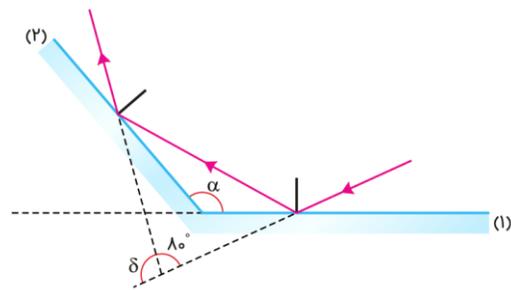
با توجه به شکل زاویه 80° در واقع زاویه بین امتداد پرتو تابش اولیه و پرتو بازتاب نهایی است.

زاویه انحراف کلی (δ) برابر است با:

$$\delta = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

رابطه بین زاویه انحراف (δ) و زاویه بین آینه ها (α):

$$\delta = 360^\circ - 2\alpha \rightarrow 100 = 360^\circ - 2\alpha \rightarrow \alpha = 130^\circ$$



سوال ۶۶ گزینه ۲



فرض میکنیم مشخصات زمین با اندیس "۱" و مشخصات سیاره جدید با اندیس "۲" نشان داده شود.

$$R_2 = 2R_1, M_2 = 2M_1$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{mg_2}{mg_1} = \frac{g_2}{g_1} = \frac{G \frac{M_2}{R_2^2}}{G \frac{M_1}{R_1^2}} = \frac{M_2}{M_1} \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

سوال ۶۷ گزینه ۱



نقطه Q مسافتی برابر نصف دامنه ($d = A/2 = 4/2 = 2 \text{ cm}$) را در مدت زمان $\Delta t = 0.05 \text{ s}$ طی می کند. باید بفهمیم چقدر زمان بر حسب دوره (T) طول میکشد تا ذره ای که در $y = +A/2$ قرار دارد و به سمت پایین می رود مسافت $A/2$ را طی کنند.

وقتی ذره از $y = +A/2$ و به سمت پایین حرکت میکند اولین جایی که میرسد نقطه تعادل ($y = 0$) است.

مسافت طی شده از $y = +A/2$ تا $y = 0$ دقیقاً برابر $A/2$ است.

زمان لازم برای طی این مسیر در حرکت هماهنگ ساده برابر $\frac{T}{12}$ است

$$\frac{T}{12} = 0.05 \text{ s} \rightarrow T = 0.6 \text{ s}$$

با توجه به نمودار $\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$ بنابراین:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.4}{0.6} = \frac{2}{3} \text{ m/s}$$

سوال ۶۸ گزینه ۳



تندی انتشار موج عرضی (v) در یک تار کشیده شده از رابطه زیر به دست می آید که در آن F نیروی کشش تار و μ چگالی خطی جرم تار (جرم واحد طول m/L) است:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

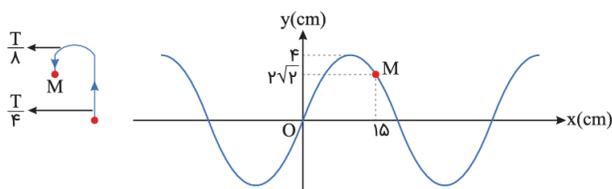
$$\left. \begin{array}{l} \rho_A = \rho_B \\ F_A = F_B \\ A_A = 4A_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{A_B}{A_A}} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_B = 2v_A = 200 \text{ m/s}$$

سوال ۶۹ گزینه ۲



گام اول: با توجه به نمودار طول موج را حساب میکنیم:

دقت کنید که در بازه زمانی $\frac{2T}{\lambda} + \frac{T}{\lambda} = \frac{3T}{\lambda}$ موج مسافت 0.15 متر را طی کرده است. این فاصله برابر $\frac{3\lambda}{\lambda}$ می باشد.



$$\frac{3\lambda}{\lambda} = 0.15 \Rightarrow \lambda = 0.05 \text{ m}$$

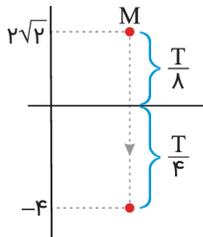
گام دوم: دوره موج را از رابطه $v = \frac{\lambda}{T}$ حساب می کنیم:

$$\lambda = \frac{0.05}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s}$$

گام سوم: میدانیم موج به طرف چپ حرکت میکند و لحظه ای که اولین بار جهت حرکت ذره M عوض شود باید M در

اولین دره یا قله به M برسد. که در این جا اولین دره برای این حالت صدق میکند و با توجه به شکل مدت زمان لازم برای

$$\frac{T}{\lambda} + \frac{T}{\lambda} = \frac{3T}{\lambda} \text{ جابه جایی M تا پایین ترین نقطه برابر } \frac{3T}{\lambda} \text{ است.}$$



گام چهارم: این مدت زمان را حساب می کنیم:

$$\Delta t = \frac{3}{\lambda} \times \frac{1}{20} = \frac{3}{160} \text{ s}$$

سوال ۷۰ گزینه ۲



اگر چشمه ساکن باشد، طول موج در همه جهت ها برابر λ است و به سرعت ناظر بستگی ندارد و همچنین تندی صوت به سرعت ناظر یا چشمه نیز بستگی ندارد بنابراین (ب) و (ت) نادرست است.

سوال ۷۱ گزینه ۱



با توجه به نمودار متحرک در لحظه $t = 12 \text{ s}$ دارای سرعت صفر است و جایی که سرعت صفر شود حرکت تغییر جهت می دهد؛ پس داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-8 - 6}{12 - 2} = -\frac{14}{10} = -1.4 \text{ m/s}$$

سوال ۷۲ گزینه ۱



می دانیم شیب خط مماس بر نمودار برابر سرعت است. پس در لحظه های $t = 5 \text{ s}$ و $t = 12 \text{ s}$ ، می توان نوشت:

$$v_5 = \frac{15 - 5}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_{12} = 0$$

شتاب متوسط متحرک در این بازه زمانی برابر است با:

$$a = \frac{v_{12} - v_5}{12 - 5} = \frac{0 - 2}{7} = -\frac{2}{7}$$

سوال ۷۳ گزینه ۴



بردار مکان متحرک در ۳ ثانیه نخست حرکت در خلاف جهت محور بوده است زیرا متحرک در ۳ ثانیه نخست در مکان های منفی بوده است. طبق نمودار در این بازه متحرک از $x = 0$ به $x = 12$ رسیده است. با استفاده از تندی متوسط متحرک در این بازه مکان اولیه متحرک را به دست می آوریم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{F} = \frac{|0 - x_0|}{3} \Rightarrow x_0 = -12 \text{ m}$$

شیب خط مماس بر نمودار در $t = 0$ برابر با سرعت متحرک در $t = 0$ است. محاسبه می کنیم.

$$v_0 = \frac{0 - x_0}{t - 0} = \frac{0 - (-12)}{2} = +6 \text{ m/s}$$

با توجه به نمودار شیب خط مماس در $t = 10 \text{ s}$ برابر صفر است. پس سرعت متحرک در $t = 10 \text{ s}$ برابر صفر است. حالا با استفاده از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ شتاب متوسط در دو ثانیه نخست حرکت را محاسبه می کنیم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{10s} - v_0}{10 - 0} = \frac{0 - 6}{10} = -0.6 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow |a_{av}| = 0.6 \text{ m/s}^2$$

سوال ۷۴ گزینه ۱



چون نمودار به صورت خط راست است نیروی خالص وارد جسم و در نتیجه شتاب ثابت است. بنابراین شتاب متوسط در هر بازه ای با شتاب لحظه ای در هر لحظه برابر است. ابتدا نیروی خالص متوسط که همان نیرو در هر لحظه است را به دست می آوریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{0 - 18}{5} = -3.6 \text{ N}$$

حالا شتاب متوسط که با شتاب در لحظه $t = 5S$ برابر است را به دست می آوریم:

$$F_{av} = ma \Rightarrow -3/6 = 0/45 \times a \Rightarrow a = -8 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow |a| = 8 \frac{m}{s^2}$$

سوال ۷۵ گزینه ۱

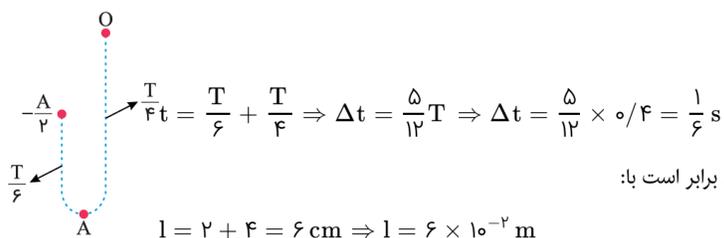


گام اول: فاصله $0/2$ متر مربوط به $\frac{\lambda}{4}$ است پس $\lambda = 4 \times 0/2 = 0/8m$ است.

گام دوم: از رابطه $V = \frac{\lambda}{T}$ دوره موج را حساب میکنیم:

$$v = \frac{0/8}{T} \Rightarrow T = 0/4s$$

گام سوم: با توجه به اینکه موج به سمت چپ حرکت میکند، نقطه M در لحظه $t = 0$ در حال حرکت به طرف پایین به طرف $(-A)$ است و سپس به طرف بالا حرکت میکند تا لحظه ای که به نقطه تعادل برسد سرعتش بیشینه است مطابق شکل میتوان نتیجه گرفت که بازه زمانی صفر تا t برابر است با:



$$\frac{T}{6}t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{12}T \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{12} \times 0/4 = \frac{1}{6} s$$

$$l = 2 + 4 = 6 \text{ cm} \Rightarrow l = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

گام چهارم: مسافتی که ذره M در این مدت طی می کند برابر است با:

گام پنجم: تندی متوسط ذره را به ازای $l = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$ و $\Delta t = \frac{1}{6} s$ حساب می کنیم:

$$S_{av} = \frac{6 \times 10^{-2}}{\frac{1}{6}} = 0/36 \text{ m/s}$$

شیمی

سوال ۷۶ گزینه ۱



واکنش انجام شده به صورت زیر است:



(g) قبل از شروع واکنش ← ۸۴

(g) در پایان واکنش ← ۹۲

نسبت مول به ضریب NO و NO_2 را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$\frac{x}{30 \times 1} = \frac{92 - (84 - x)}{46 \times 1} \Rightarrow x = 15 \text{ g}$$

مقدار گاز اوزون در ابتدا ۱۱۶ گرم بوده است. اگر مقدار مصرف را گرم گرفته و نسبت مول به ضریب NO و NO_2 در آغاز

مقدار گاز اوزون در ابتدا ۱۱۶ گرم بوده است. اگر مقدار مصرف را گرم گرفته و نسبت مول به ضریب NO و NO_2 را برابر هم قرار دهیم:

$$\frac{y}{1 \times 48} = \frac{15}{1 \times 30} \Rightarrow y = 24 \text{ g} \quad (\text{مقدار مصرف } O_3)$$

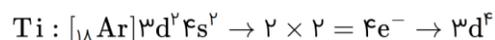
مقدار O_3 باقی مانده = $116 - 24 = 92 \text{ g}$

$$\text{درصد جرمی اوزون در پایان} = \frac{92}{84 + 116} \times 100 = 44\%$$

سوال ۷۷ گزینه ۴

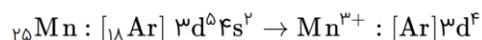
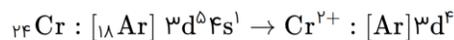


آلیاژ هوشمند شامل دو فلز ${}_{22}Ti$ و ${}_{28}Ni$ است. Ti از Ni سبک تر است.



توجه: در آرایش الکترونی اتم هیچ عنصری زیر لایه $3d^4$ وجود ندارد. نادرستی عبارت (پ)

پس A در واقع یون Cr^{2+} یا Mn^{3+} است.



بررسی سایر گزینه ها:

عبارت الف نادرست است؛ زیرا در آرایش اتم ${}_{24}Cr$ دو زیر لایه نیم پر دیده می شود.

عبارت ب درست است؛ A میتواند Mn^{3+} باشد؛ پس با فسفات ترکیب APO_4 و با سولفات ترکیب $A_2(SO_4)_3$ تشکیل می دهد.

عبارت ت درست است؛ در آرایش الکترونی A ، ۶ الکترون با $l = 0$ و ۱۲ الکترون با $l = 1$ وجود دارد.

سوال ۷۸ گزینه ۳



ابتدا وضعیت دو محلول I و II را در دمای $25^\circ C$ تعیین میکنیم

I ۲۵ گرم نمک و ۱۰۰ گرم آب

II ۵ گرم نمک و ۵۰ گرم آب

محلول نهایی: ۳۰ گرم نمک و ۱۵۰ گرم آب

گزینه ۱ نادرست- پس از مخلوط شدن محلول نهایی یک محلول سیر شده خواهد شد. زیرا

$$\frac{\text{نمک } 20 \text{ g}}{\text{آب } 100 \text{ g}} = \frac{\text{نمک } ? \text{ g}}{\text{آب } 150 \text{ g}} \Rightarrow ? = 30 \text{ g}$$

گزینه ۲ نادرست- معلوم نیست با افزایش دما انحلال پذیری نمک A بیشتر خواهد شد یا کمتر!

گزینه ۳: درست

$$\text{جرم کل حل شونده} : 30 \text{ g} \Rightarrow n = \frac{m}{M_w} = \frac{30}{100} = 0.3 \text{ mol}$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{180}{1.2} = 150 \text{ mL} = 0.15 \text{ L}$$

$$A \text{ غلظت} : \frac{0.3 \text{ mol}}{0.15 \text{ L}} = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

گزینه ۴ نادرست- درصد جرمی محلول (I) از محلول نهایی بیشتر است.

$$A \text{ درصد جرمی} : \frac{25}{125} \times 100 > \frac{30}{180} \times 100$$

محلول (I) محلول نهایی

سوال ۷۹ گزینه ۴



هدف سوال، یافتن عنصری است که کاتیون آن نمیتواند آرایش الکترونی $3d^5$ داشته باشد.

بررسی همه گزینه ها

گزینه ۱: آرایش الکترونی اتم خنثی آن طبق استثنائات کتاب $[Ar]4s^1 3d^5$ است. با از دست دادن ۱ الکترون از اوربیتال

$4s$ به کاتیون Cr^+ با آرایش $3d^5$ می رسد. پس این گزینه ممکن است.

گزینه ۲: آرایش الکترونی اتم خنثی آن $[Ar]4s^2 3d^5$ است. با از دست دادن ۲ الکترون از اوربیتال $4s$ به کاتیون Mn^{2+}

با آرایش $3d^5$ میرسد پس این گزینه ممکن است.

گزینه ۳: آرایش الکترونی اتم خنثی آن $[Ar]4s^2 3d^6$ است. برای رسیدن به آرایش $3d^5$ اتم آهن باید ۳ الکترون از دست بدهد (دو الکترون از $4s$ و یک الکترون از $3d$) و به کاتیون Fe^{3+} تبدیل شود. ترکیباتی مانند اکسید آهن (III) یا Fe_2O_3 دلیل وجود یون پایدار Fe^{3+} است. بنابراین تشکیل کاتیونی با آرایش $3d^5$ برای آهن کاملاً ممکن است.

گزینه ۴: آرایش الکترونی اتم خنثی آن $[Ar]4s^2 3d^3$ است. این اتم در حالت خنثی تنها ۳ الکترون در زیرلایه $3d$ خود دارد. بنابراین این عنصر نمی تواند A باشد.

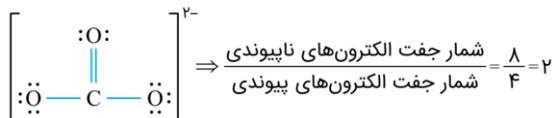
سوال ۸۰ گزینه ۱



بررسی همه موارد

الف: درست.

ب: نادرست.



همچنین عدد اکسایش اتم C در CO_3^{2-} برابر $+4$ است.

پ: نادرست- فرمول شیمیایی آنیون نیترات NO_3^- و عدد اکسایش اتم N در آن برابر $+5$ است. نیتريت همان NO_2^- می باشد.

ت: نادرست- فرمول شیمیایی آنیون پرمنگنات به صورت MnO_4^- است.

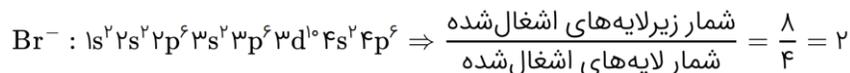
سوال ۸۱ گزینه ۳



بررسی همه موارد

الف) درست- دومین آنیون تک اتمی گروه ۱۵، همان P^{3-} است که دارای ۱۲ الکترون در زیرلایه های $2p$ و $3p$ است.

ب) درست- تنها نافلز مایع در جدول تناوبی در دمای اتاق عنصر برم است که آرایش الکترونی یون Br^- به صورت زیر است:



پ) نادرست- گونه های کاتیونی مثل Cu^{2+} و Cr^{2+} دارای آرایش $3d^9$ و $3d^4$ هستند که در طبیعت به شکل ترکیب یونی یافت میشوند.

ت) درست- بیست و ششمین عنصر جدول تناوبی فلز آهن با آرایش الکترونی $[Ar]3d^6 4s^2$ است که در دو کاتیون پایدار Fe^{2+} و Fe^{3+} به ترتیب ۶ و ۵ الکترون در زیرلایه d یا $l = 2$ وجود دارد.

سوال ۸۲ گزینه ۳



مولکول های H_2O و H_2S هر دو قطبی هستند. شکل هندسی هر دو مولکول H_2O و H_2S خمیده است.

بررسی سایر گزینه ها

گزینه ۱ نادرست - این گزینه H_2S را به CO_2 شبیه میدانند. بر اساس متن کتاب مولکول H_2S قطبی است در حالی که مولکول CO_2 ناقطبی است.

گزینه ۲ نادرست - این گزینه H_2S را به CH_4 شبیه میداند همانند استدلال قبل متن کتاب مولکول H_2S را قطبی و مولکول CH_4 را ناقطبی معرفی کرده است تفاوت در قطبیت این گزینه را نیز نادرست میکند.

گزینه ۴: نادرست - این گزینه یک ادعای کلی را مطرح میکند H_2S به H_2O شباهت دارد بنابراین صرف متفاوت بودن اتم مرکزی دلیلی بر عدم شباهت نیست و این گزینه نادرست است.

سوال ۸۳ گزینه ۴



با افزایش ارتفاع، هواکره رقیق تر میشود و در نتیجه فشار هوا و فشار جزئی گاز اکسیژن کاهش مییابد اما این کاهش فشار به صورت خطی نیست بلکه رابطه ای نمایی (غیر خطی) دارد. فشار در نزدیکی سطح زمین سریع تر کاهش می یابد و با افزایش ارتفاع آهنگ کاهش آن کمتر میشود

بررسی سایر گزینه ها

گزینه ۱: مولکول های زیستی اصلی شامل کربوهیدرات ها لیپیدها پروتئین ها و نوکلئیک اسیدها هستند و اکسیژن جزء اصلی ساختار همگی آنهاست.

گزینه ۲: بخش عمده ای از هواکره را گاز نیتروژن و اکسیژن تشکیل میدهد. گاز اکسیژن به شکل مولکولی دو اتمی (O_2) در هوا وجود دارد و برای حیات آبزیان و سایر جانداران ضروری است.

گزینه ۳: زغال سنگ عمدتاً از کربن تشکیل شده است اما دارای ناخالصی هایی مانند ترکیبات هیدروژن دار و گوگرد است. در واکنش سوختن کامل با اکسیژن کربن به کربن دی اکسید، هیدروژن به آب و گوگرد به گوگرد دی اکسید تبدیل میشود.

سوال ۸۴ گزینه ۴

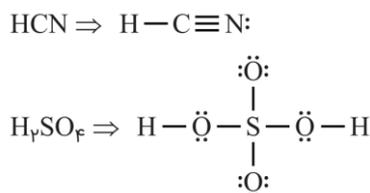


بررسی همه گزینه ها

گزینه ۱ در ساختار لوویس H_2SO_4 (در صورتی که بخواهیم قاعده ی هشت تایی برای گوگرد رعایت شود) تمام پیوندها یگانه خواهند بود. اگرچه ساختار رایج تر آن (در سطح بالاتر از کتاب درسی) میتواند متفاوت باشد بنابراین این گزینه نمیتواند به طور قطعی نادرست تلقی شود.

گزینه ۲ این عبارت تعریف اصلی و پایه ای رسم ساختار لوویس است ما ابتدا تمام الکترون های لایه ظرفیت اتم ها را جمع میکنیم و سپس همان تعداد الکترون را به صورت پیوندی (خط) و ناپیوندی (نقطه) در ساختار توزیع میکنیم
گزینه ۳ اتم هیدروژن با رسیدن به آرایش الکترونی گاز نجیب هلیم یعنی داشتن دو الکترون در لایه ظرفیت خود به پایداری می رسد. (قاعده دو تایی)

گزینه ۴: در این ساختار نیتروژن سیانید نیتروژن با کربن پیوند دارد نه با هیدروژن
ساختار لوویس HCN و H_2SO_4 به صورت زیر است:



سوال ۸۵ گزینه ۲



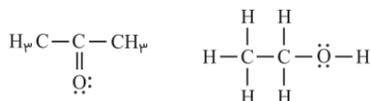
بررسی عبارت های نادرست

آ) نقطه جوش گاز اکسیژن ($-183^\circ C$) از گاز آرگون ($-186^\circ C$) بیشتر است.
ت) برخی اکسیدهای نافلزاتی مانند NO, CO و N_2O اکسید اسیدی نیستند.

سوال ۸۶ گزینه ۳



عبارت های "الف" و "ب" کاملاً درست هستند.



پ) در ساختار هر دو مولکول دو جفت الکترون ناپیوندی روی اتم اکسیژن وجود دارد.
ت) در اغلب موارد مولکول هایی در تشکیل پیوند هیدروژنی شرکت میکنند

پاسخنامه آزمون جامع ۱۷ بهمن آموزشگاه کیمیا

آدرس: مطهری شمالی-انتهای کوچه ۱۵ زرگری-روبهرو مدرسه سادات رفیعی

$$\text{ZnSO}_4 \text{ مولی } 161 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 65 + 32 + 4(16)$$

اگر منظور از ترکیب جامد MoO_3 باشد به ازای مصرف ۲ مول MoO_3 ، ۳ مول ZnSO_4 تولید می شود.

$$0.2 \text{ mol MoO}_3 \times \frac{3 \text{ mol ZnSO}_4}{2 \text{ mol MoO}_3} \times \frac{161 \text{ g ZnSO}_4}{1 \text{ mol ZnSO}_4} = 48/3 \text{ g ZnSO}_4$$

گزینه ۳: نادرست- نمک نامحلول تشکیل شده Mo_2O_7 با ضریب استوکیومتری ۱ است. اسید مصرفی H_2SO_4 با ضریب استوکیومتری ۳ است. ضریب نمک نامحلول (۱) از ضریب اسید (۳) بزرگتر نیست.

گزینه ۴: نادرست- مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده ها برابر با $2 + 3 + 3 = 8$ و مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده ها برابر با $7 - 3 + 3 = 1$ است.

سوال ۸۹ گزینه ۴



بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: این عبارت تعریف واحد جرم اتمی (amu) برای ایزوتوپ کربن -۱۲ است نه اتم کربن! کربن ایزوتوپ های مختلفی دارد. به طور کلی جرم اتمی میانگین آن $12/01$ است. بنابراین عبارت دقیق نیست.

گزینه ۲: جرم اتمی میانگین یک عنصر، میانگین وزنی جرم ایزوتوپ های آن است و معمولاً یک عدد اعشاری است (مانند کلر با جرم $35/5$) عدد جرمی مجموع پروتون ها و نوترون ها در یک ایزوتوپ خاص و همواره یک عدد صحیح است. این دو برابر نیستند.

گزینه ۳:

$$? \text{ mol H} = 3 \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} \times \frac{2 \text{ mol H}}{1 \text{ mol H}_2} = 3 \text{ mol H}$$

$$? \text{ mol Ar} = 60 \text{ g Ar} \times \frac{1 \text{ mol Ar}}{40 \text{ g Ar}} = 1/5 \text{ mol Ar}$$

$$\Rightarrow 3 \text{ mol} = 1/5 \text{ mol}$$

گزینه ۴: درست.

$$? \text{ mol Cl}_2 = 35/5 \text{ g Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{71 \text{ g Cl}_2} = 0/5 \text{ mol Cl}_2$$

$$? \text{ mol Cl} = 0/5 \text{ mol Cl}_2 \times \frac{2 \text{ mol Cl}}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ اتم}}{1 \text{ mol Cl}} = 6/02 \times 10^{23} \text{ Cl اتم}$$

$$\text{STP} \text{ حجم گاز در شرایط} = 0/5 \text{ mol Cl}_2 \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 11/2 \text{ L}$$

سوال ۹۰ گزینه ۱



غلظت اولیه محلول ۱ مولار است. با ۲۰ درصد کاهش غلظت مولی، غلظت برابر است با:

$$1 \text{ M} \times \frac{20}{100} = 0.2 \text{ M} \text{ کاهش غلظت}$$

$$\text{غلظت نهایی} = 1 \text{ M} - 0.2 \text{ M} = 0.8 \text{ M}$$

با استفاده از رابطه رقیق سازی حجم نهایی (V_2) محلول را به دست می آوریم.

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$1 \times 0.5 = 0.8 \times V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{0.5}{0.8} = 0.625 \text{ L} = 625 \text{ mL}$$

حجم آب اضافه شده از تفاوت بین حجم نهایی و حجم اولیه به دست می آید.

$$\text{حجم آب مقطر مورد نیاز} = 625 - 500 = 125 \text{ mL} = 0.125 \text{ L}$$

برای محاسبه درصد کاهش غلظت با یکای گرم بر لیتر، در ابتدا غلظت ابتدایی و نهایی را بر حسب گرم بر لیتر به دست

آورده و بعد تفاوت این دو غلظت را بر غلظت اولیه تقسیم میکنیم:

$$C_1 (\text{g/L}) = M_1 \times \text{جرم مولی} = 1 \text{ mol/L} \times 40 \text{ g/mol} = 40 \text{ g/L}$$

$$C_2 (\text{g/L}) = M_2 \times \text{جرم مولی} = 0.8 \text{ mol/L} \times 40 \text{ g/mol} = 32 \text{ g/L}$$

$$\text{درصد کاهش غلظت} = \frac{40 - 32}{40} \times 100 = 20\%$$

راه حل تستی قسمت دوم سؤال:

غلظت با واحد g/L از رابطه $C (\text{g/L}) = M (\text{mol/L}) \times \text{جرم مولی} (\text{g/mol})$ به دست می آید، از آنجایی که جرم مولی

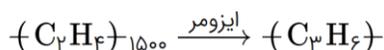
یک مقدار ثابت است، پس $C (\text{g/L})$ با $M (\text{mol/L})$ رابطه مستقیم دارد. اگر غلظت مولی ۲۰ درصد کاهش یابد، غلظت

بر حسب g/L نیز دقیقاً ۲۰ درصد کاهش خواهد یافت.

سوال ۹۱ گزینه ۳

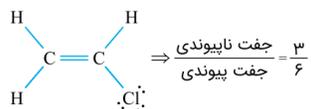
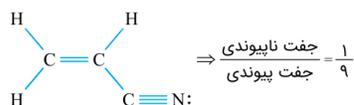


از آنجایی که مقدار n برای پلیمرها متفاوت است دو پلیمر با n متفاوت میتوانند ایزومر باشند.



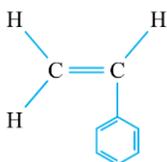
بررسی سایر گزینه ها

گزینه ۱: ساختار این دو ماده به صورت زیر است:



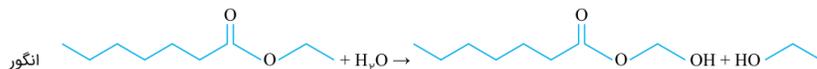
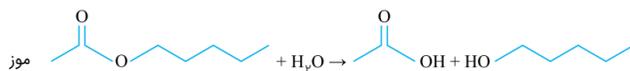
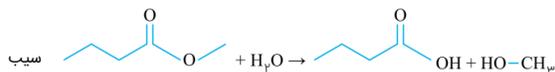
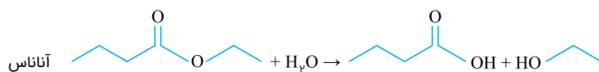
بنابراین این میزان در سیانواتن کمتر است.

گزینه ۲: این گزینه نادرست است زیرا مونومر استیرن ۴ پیوند دوگانه و ۸ هیدروژن دارد. اما در پلیمر پلی استیرن، یکی از این پیوندهای دوگانه برای اتصال به مونومرهای دیگر شکسته میشود. در نتیجه هر واحد پلیمر ۳ پیوند دوگانه و ۸ هیدروژن دارد.



گزینه ۴: فرمول عمومی هر سه به صورت $(C_xH_{y_x})_n$ است و درصد جرمی کربن در آنها برابر است.

سوال ۹۲ گزینه ۳



بررسی همه گزینه ها

گزینه ۱ نادرست - الکل بوی سیب متانول و الکل بوی انگور اتانول است.

گزینه ۲ نادرست - اسید بوی سیب بوتانوئیک اسید و اسید بوی موز اتانوئیک اسید است. این دو در دو گروه CH_2 تفاوت دارند نه یک گروه

گزینه ۳ درست - الکل بوی آناناس (اتانول) ۲ اتم کربن و اسید بوی موز (اتانوئیک اسید) نیز ۲ اتم کربن دارد.

گزینه ۴ نادرست - استر بوی سیب (متیل بوتانوات) ۵ اتم کربن و اسید بوی انگور (هپتانوئیک اسید) ۷ اتم کربن دارد.

سوال ۹۳ گزینه ۱



فرمول مولکولی هر ۴ ترکیب $C_{10}H_{12}$ است.

نکته: به ازای هر حلقه و پیوند دوگانه، ۲ هیدروژن و به ازای هر پیوند سه گانه، ۴ اتم هیدروژن از آلکان هم کربن کم میکنیم.

سوال ۹۴ گزینه ۳



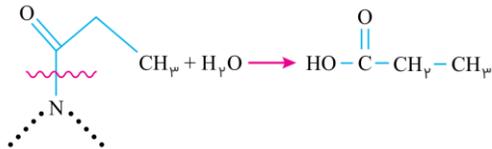
بررسی همه گزینه ها

گزینه ۱ نادرست- در ساختار آن دو گروه عاملی آمیدی و آمینی مشاهده میشود.

گزینه ۲ نادرست- فرمول مولکولی این ترکیب $C_{22}H_{28}N_2O$ است که نسبت شمار اتم های H به N ، برابر $\frac{28}{2} = 14$ میباشد؛ ولی عدد اتمی نیتروژن برابر ۷ است.

گزینه ۳ درست- بخش آمیدی بر اثر آبکافت، کربوکسیلیک اسید سه کربنی یا همان پروپانویک اسید را تولید میکند.

گزینه ۴ نادرست- شمار الکترون های ناپیوندی در آن برابر ۸ و نوع اتم های سازنده آن برابر ۴ است. پس: $\frac{8}{4} = 2$



سوال ۹۵ گزینه ۳



بررسی همه گزینه ها:

گزینه ۱ نادرست- ساکاروز، یک دی ساکارید با فرمول $C_{12}H_{22}O_{11}$ است و درشت مولکول به شمار نمی آید.

گزینه ۲ نادرست- در ساختار، نشاسته حلقه های شش ضلعی مشاهده میشود که در یکی از رأس ها اتم اکسیژن و یا گروه عاملی اتری دیده میشود و پنج رأس دیگر اتم های کربن هستند.

گزینه ۳ درست- پلیمرها جرم مولی دقیق و مشخصی ندارند؛ پس انسولین یک درشت مولکول طبیعی با جرم مولی بسیار زیاد است. (هر درشت مولکولی لزوماً پلیمر نیست).

گزینه ۴ نادرست- جرم مولی سلولز از مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده آن که گلوکز است بیشتر می باشد؛ زیرا هر مولکول گلوکز با از دست دادن یک مولکول آب به گلوکزهای کنار خود تبدیل میشود.

سوال ۹۶ گزینه ۳



شکل های نشان داده شده پلی اتن سبک (شاخه دار) و سنگین (بدون شاخه) را نشان می دهد که چگالی آنها به ترتیب $0.92/0$ و $0.97/0$ گرم بر سانتی متر مکعب می باشد. نیروی بین مولکولی هر دو پلیمر مشابه و از نوع واندروالسی است ولی در پلی اتن سنگین مقدار این نیرو بیشتر است. پلی اتن (II) برخلاف (I) شفاف می باشد از کاربردهای آن میتوان به تولید کیسه یک بار مصرف اشاره کرد ولی تانکر آب دارای پلی اتن سنگین میباشد نه سبک. درصد جرمی کربن در صورت برابر بودن تعداد کربن برابر است.

سوال ۹۷ گزینه ۲



عبارت های "ب" و "پ" درست اند.

بررسی همه موارد

الف) استفاده از پلیمرهای حاصل از هیدروکربن های سیر نشده صرفه اقتصادی دارد؛ اما در جهت توسعه پایدار یک کشور نیست.

ب) به منظور آسان سازی و افزایش کارایی بازیافت و افزایش کیفیت فرآورده های حاصل از بازیافت برای هر پلیمر، نشانه ای در نظر گرفته اند که بر روی کالاها حک میشود. این نشانه شامل عددی است که درون یک مثلث قرار دارد از این رو انتظار میرود که این نشانه روی همه کالاهای ایرانی نیز حک شود تا فرایند بازیافت آنها آسان تر شود.

پ) تجربه نشان میدهد که به طور کلی، واکنش آبکافت پلی استرها و پلی آمیدها کند است به همین دلیل لباس های تهیه شده از این نوع پارچه ها برای مدت های طولانی قابل استفاده است؛ زیرا استحکام خود را حفظ میکنند.

ت) با پوشیده شدن لباس های پلی استری، پیوندهای استری، یعنی CO_2 شکسته میشود.

سوال ۹۸ گزینه ۳



استیرین با فرمول مولکولی C_8H_8 ، یک هیدروکربن آروماتیک است که از یک حلقه بنزنی متصل به یک گروه وینیل ($CH=CH_2$) تشکیل شده است.

بررسی همه گزینه ها

گزینه ۱: استیرین دارای ۸ اتم کربن و ۸ اتم هیدروژن است بنابراین نسبت $C:H$ برابر $1:1 = 8:8$ است. همچنین استیرین دارای حلقه بنزنی است و خاصیت آروماتیک دارد بنابراین این گزینه درست است.

گزینه ۲: محاسبه جرم های مولی

استیرین:

$$C_8H_8 : 8 \times 12 + 8 \times 1 = 104 \text{ g.mol}^{-1}$$

سیکلوهگزان:

$$C_6H_{12} : 6 \times 12 + 12 \times 1 = 84 \text{ g.mol}^{-1}$$

اختلاف:

$$104 - 84 = 20 \text{ g.mol}^{-1}$$

هیدروکربن معروف به "سنگ بنای صنعت پتروشیمی"، اتیلن (C_2H_4) است با جرم مولی:

$$C_2H_4 : 2 \times 12 + 4 \times 1 = 28 \text{ g.mol}^{-1}$$

چون $20 < 28$ ، این گزینه درست است.

گزینه ۳: شمارش گروه های CH در استیرن (کربن هایی که فقط به یک هیدروژن متصل هستند):

در حلقه بنزنی: ۵ گروه CH (یکی از کربن های حلقه به گروه وینیل متصل است).

در گروه وینیل: ۱ گروه CH (کربن دیگر دارای دو هیدروژن است).

مجموع: ۶ گروه CH

تعداد اتم های کربن در ۲، ۲- دی متیل پروپان (نئوپنتان): ۵ اتم کربن

از آن جا که $6 = 5$ این گزینه نادرست است.

گزینه ۴: پلیمر حاصل از استیرن پلی استیرن است که به طور گسترده برای تولید ظروف یکبار مصرف، مانند لیوان های

قهوه بسته بندی مواد غذایی و سایر اقلام یکبار مصرف استفاده میشود. پلی لاکتیک اسید (PLA) نیز برای اهداف مشابه

استفاده می شود.

بنابراین این گزینه درست است.

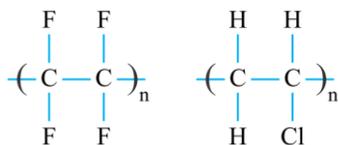
سوال ۹۹ گزینه ۳



عبارتهای "ب" و "پ" نادرست اند.

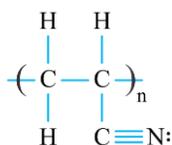
بررسی همه موارد

الف) ساختار پلی وینیل کلرید و تفلون به صورت زیر است:



همان طور که مشخص است، در واحد تکرار شونده این مواد، تعداد پیوندهای اشتراکی برابر است.

ب) ساختار پلی سیانواتن به صورت زیر است:

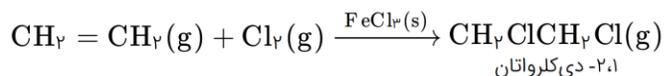


در واحد تکرارشونده این پلیمر، ۹ جفت الکترون پیوندی (۱۸ الکترون پیوندی) وجود دارد. (پ) از پلی استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف و از پلی پروپن در ساخت بدنه سرنگ استفاده میشود. (ت) تفلون نقطه ذوب بالایی دارد و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی، بی اثر است و با مواد شیمیایی واکنش نمی دهد در حلال های آلی حل نمیشود و نجسب است. این ویژگی ها دلیل کاربرد وسیع این پلیمر است.

سوال ۱۰۰ گزینه ۳



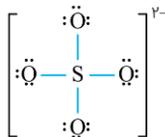
واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با حل شدن FeCl_3 در آب، محلولی زردرنگ حاصل میشود.

بررسی سایر گزینه ها :

(۱) در هر مولکول از ویتامین C، گروه هیدروکسیل ($-O-H$) و یک گروه استری ($-C(=O)-O$) وجود دارد. در هر مولکول از این ترکیب، ۶ اتم O و در نتیجه، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در ساختار لوویس یون سولفات نیز ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.



(۲) کلسترول و ویتامین D هر کدام یک گروه هیدروکسیل دارند و در آب حل نمی شوند.

(۴) فرمول مولکولی الکل های سیر شده و فاقد حلقه به صورت $C_nH_{2n+2}O$ بوده و جرم مولی آنها برابر با

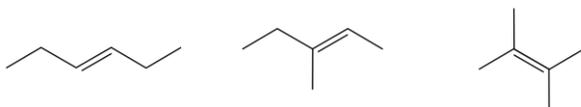
$$14n + 18 \text{ است: } 14n + 18 = 116 \rightarrow n = 7$$

الکل ۷ کربنه، انحلال پذیری بیشتری نسبت به الکل ۸ کربنه (اوکتانول) در آب دارد.

سوال ۱۰۱ گزینه ۱



این ترکیب یک آلکن شش کربنی با فرمول C_6H_{12} است که بین اتمهای کربن آن یک پیوند دوگانه ($C=C$) و چهار پیوند یگانه ($C-C$) وجود دارد. همچنین دارای دوازده پیوند کربن-هیدروژن ($C-H$) است. برخی از ساختارهایی که میتوان به این ترکیب نسبت داد به شکل زیر است:



بررسی سایر گزینه ها:
گزینه ۲: میتواند یک آلکن شاخه دار باشد.

$$\text{گزینه ۳: } \frac{\text{شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن}}{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$$

$$\text{گزینه ۴: } \frac{\text{شمار پیوندهای کربن - هیدروژن}}{\text{شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن}} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$$

سوال ۱۰۲ گزینه ۱



برای ثابت ماندن درصد جرمی کربن با افزایش شمار اتم های آن باید نسبت جرم اتم های کربن به جرم کل مولکول، مقداری ثابت و مستقل از تعداد اتم های کربن (n) باشد.
بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: فرمول عمومی آلکن ها C_nH_{2n} است.

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{۱۲n}{۱۲n + ۲n} \times ۱۰۰ = \frac{۱۲n}{۱۴n} \times ۱۰۰ = \frac{۱۲}{۱۴} \times ۱۰۰$$

این مقدار ثابت است و به n بستگی ندارد.

گزینه ۲: فرمول عمومی آلکان ها C_nH_{2n+2} است.

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{۱۲n}{۱۲n + (۲n + ۲)} \times ۱۰۰ = \frac{۱۲n}{۱۴n + ۲} \times ۱۰۰$$

این مقدار با تغییر n تغییر میکند.

گزینه ۳: فرمول عمومی الکل های سیر شده یک عاملی $C_nH_{2n+2}O$ است.

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{۱۲n}{۱۲n + (۲n + ۲) + ۱۶} \times ۱۰۰ = \frac{۱۲n}{۱۴n + ۱۸} \times ۱۰۰$$

این مقدار با تغییر n تغییر میکند.

گزینه ۴: فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدهای سیر شده یک عاملی $C_nH_{2n}O_2$ است.

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{۱۲n}{۱۲n + ۲n + ۳۲} \times ۱۰۰ = \frac{۱۲n}{۱۴n + ۳۲} \times ۱۰۰$$

این مقدار با تغییر n تغییر میکند.

سوال ۱۰۳ گزینه ۳



بررسی همه گزینه ها:

گزینه ۱ نادرست- در واکنش بسپارش اتن برای تولید پلی اتن مونومر اتن ($CH_2 = CH_2$) دارای پیوند دوگانه است در حالی که واحد تکرار شونده در پلیمر ($-CH_2 - CH_2-$) دارای پیوند یگانه است. بنابراین ساختار آنها یکسان نیست.

گزینه ۲ نادرست- این عبارت برای همه واکنش های بسپارش درست نیست برای نمونه در واکنش تولید پلی استر (پلی اتیلن ترفتالات) به ازای تشکیل هر پیوند استری یک مولکول کوچک آب (H_2O) نیز تولید و از ساختار حذف میشود. در نتیجه جرم مولی پلیمر حاصل از مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده آن کمتر است.

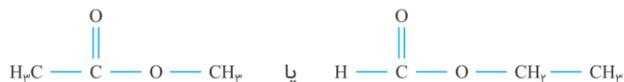
گزینه ۳ درست- در هر دو نوع واکنش بسپارش معرفی شده در کتاب (تولید پلی اتن و تولید پلی استر) اتم های کربن موجود در مونومرها به طور کامل وارد ساختار واحد تکرار شونده میشوند. در تولید پلی استر مولکول کوچکی که حذف میشود آب (H_2O) است که اتم کربن ندارد. بنابراین شمار اتم های کربن در واحد تکرار شونده با شمار کل اتم های کربن در مونومر یا مونومرهای سازنده آن واحد برابر است.

گزینه ۴ نادرست- ایزومرها موادی با فرمول مولکولی یکسان هستند این ویژگی تنها برای بسپارش اتن برقرار است (فرمول مونومر و واحد تکرار شونده هر دو C_2H_4 است) اما در تولید پلی استر به دلیل حذف اتم ها برای تشکیل آب فرمول مولکولی واحد تکرار شونده با مجموع فرمول مولکولی مونومرهای سازنده آن یکسان نیست و در نتیجه ایزومر هم نیستند.

سوال ۱۰۴ گزینه ۱



میتواند دو نوع استر باشد:



بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۲ درست است. ساختارهای مختلف با فرمول $C_3H_6O_2$ (مانند اسید پروپانوئیک و متیل استات) سطح انرژی متفاوتی دارند که ناشی از تفاوت در آرایش اتم ها و نوع پیوندهای شیمیایی آنهاست.

گزینه ۳ درست است. سهم جفت الکترون های پیوندی در ساختارهای مختلف با فرمول $C_3H_6O_2$ یکسان است. در هر ساختار با این فرمول مولکولی تعداد کل جفت الکترون های پیوندی ثابت است زیرا تعداد اتم ها و نوع آنها در همه ساختارها یکسان است.

گزینه ۴ درست است. نیروی جاذبه بین مولکولی در ساختارهای مختلف با فرمول $C_3H_6O_2$ متفاوت است. اسیدهای کربوکسیلیک به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی قوی تر نیروی بین مولکولی قوی تری نسبت به استرها دارند.

سوال ۱۰۵ گزینه ۳



برای ساخت تانکرهای آب از پلی اتن (پلی اتیلن) استفاده میشود پلی اتن یک پلیمر سبک مقاوم در برابر خوردگی و ضربه و مناسب برای نگهداری مایعات است.
در ساخت تایر اتومبیل از پلی آمید (کولار) استفاده میشود پلی آمید به دلیل استحکام بالا مقاومت حرارتی و مقاومت سایشی مناسب برای تولید تایر است.