



کیمیا را دنبال کنید

آموزشگاه کیمیا

دخت رانه | پس رانه



آزمون های جامع کیمیا

آزمون ۴ گزینه ای

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

پاسخنامه آزمون

۲۷ شهریور ماه

دوازدهم ریاضی

کیمیا پرو

حسابان

سوال ۱ گزینه ۱



$$x + \frac{r}{x} = 5$$

طرفین را به توان ۳ می رسانیم :

$$x^3 + 3(x)^2 \left(\frac{r}{x}\right) + 3(x) \left(\frac{r}{x}\right)^2 + \left(\frac{r}{x}\right)^3 = 125$$

$$x^3 + 9x + \frac{27}{x} + \frac{27}{x^3} = 125 \Rightarrow x^3 + \frac{27}{x^3} + 9 \underbrace{\left(x + \frac{r}{x}\right)}_5 = 125 \Rightarrow x^3 + \frac{27}{x^3} = 80$$

سوال ۲ گزینه ۲



$$x = 7 - 2\sqrt{6} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{7 - 2\sqrt{6}} \times \frac{7 + 2\sqrt{6}}{7 + 2\sqrt{6}} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}$$

$$\sqrt{\frac{x+2}{25} + \frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{6} + 2}{25} + \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

سوال ۳ گزینه ۴



$$x(x+1) = 5 \Rightarrow x^2 + ?? = 5 \Rightarrow (x^2 + x) = 25 \Rightarrow x^4 + x^2 + 2x^3 = 25$$

$$\Rightarrow x^4 + x^2 = 25 - 2x^3 \xrightarrow{\div (25-2x^3)} \frac{x^2(x^2+1)}{25-2x^3} = 1$$

سوال ۴ گزینه ۱



$$\sqrt{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{48}} = \sqrt{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^3} = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{48}$$

$$A = \frac{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{2}$$

بامخرج مشترک گیری و اتحاد چاق و لاغر :

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + b^2 + ab)$$

یادآوری:

سوال ۴ گزینه ۱



می دانیم که $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ است.

$$\frac{x^6 + 1}{x^5 - x^2 + x} = \frac{(x^2)^3 + 1^3}{x(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)}{x(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{x^2 + 1}{x} \xrightarrow{x = -\sqrt{2}}$$

$$\frac{(-2\sqrt{2})^2 + 1}{-2\sqrt{2}} = \frac{8 + 1}{-2\sqrt{2}} = \frac{9}{-2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-9\sqrt{2}}{4}$$

سوال ۵ گزینه ۲



$$\frac{x^6 + 1}{x^5 - x^2 + x} = \frac{(x^2)^3 + 1^3}{x(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)}{x(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{x^2 + 1}{x} \xrightarrow{x = -\sqrt{2}}$$

$$\frac{(-2\sqrt{2})^2 + 1}{-2\sqrt{2}} = \frac{8 + 1}{-2\sqrt{2}} = \frac{9}{-2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-9\sqrt{2}}{4}$$

سوال ۶ گزینه ۳



$$A = \sqrt{1 + \sqrt{2}x} \quad B = \sqrt{1 + 2(x - \sqrt{2}x)}$$

$$(AB)^2 = (1 + \sqrt{2}x)(\sqrt{1 + 2x - 2\sqrt{2}x})$$

$$(AB)^2 = (1 + \sqrt{2}x)\sqrt{(1 - \sqrt{2}x)^2} = (1 + \sqrt{2}x)(\sqrt{2}x - 1)$$

$$= 2x - 1 = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 1 = \sqrt{2} - 1$$

سوال ۷ گزینه ۲



$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{عبارت} = \frac{(2x - 3)^2}{2(2x - 3)^2} = \frac{2x - 3}{2} = \frac{3 + \sqrt{5} - 3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 0.5\sqrt{5}$$

سوال ۸ گزینه ۱



ابتدا دو طرف معادله داده شده را بر x^2 تقسیم می کنیم:

$$x^2 - 6 + \frac{3}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{x^2} = 6 \xrightarrow{\text{به توان } 2} x^4 + \frac{9}{x^2} + 6 = 36$$

$$x^4 + \frac{9}{x^2} = 30 \xrightarrow{\text{به توان } 2} x^8 + \frac{81}{x^4} + 18 = 900 \xrightarrow{+100} x^8 + \frac{81}{x^4} + 118 = 1000$$

$$\Rightarrow \frac{x^8 + 118x^4 + 81}{x^4} = 1000 \Rightarrow \frac{x^4}{x^8 + 118x^4 + 81} = 0.001$$

سوال ۹ گزینه ۳



برای تجزیه عبارت داده شده کافی است عبارت $4x^2$ را به آن اضافه و کم کنیم که داریم:

$$(x^4 + 4 + 4x^2) - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x)$$

سوال ۱۰ گزینه ۴



بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: هر عدد مثبت دارای دو ریشه زوج است که قرینه یکدیگرند. پس $a = -b$ و $a + b = 0$

گزینه «۲» و «۳»: اگر به عنوان مثال عدد x را $\frac{1}{6}$ فرض کنیم، داریم:

$$\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}, \sqrt[3]{16} \approx 0.4 \Rightarrow c = \sqrt{x}, b = \sqrt{x}$$

گزینه «۴»: اگر از اعداد بین صفر و یک جذر بگیریم بزرگتر می شوند ولی اگر از یک عددی مثل $\frac{1}{16}$ فرجه ۳ بگیریم می شود تقریباً 0.4 و اگر فرجه ۵ بگیریم می شود حدوداً 0.6 . پس گزینه «۴» نادرست است.

سوال ۱۱ گزینه ۱



اعداد بین صفر و یک هرچه فرجه بزرگتری داشته باشند، حاصل آنها نیز بزرگتر است.

سوال ۱۲ گزینه ۳



ابتدا معادله را می سازیم :

$$x^2 + 2x - 15 = 18x - 40 \Rightarrow x^2 - 16x + 25 = 0$$

جواب معادله در خود معادله صدق می کند. پس داریم:

$$a^2 - 16a + 25 = 0 \Rightarrow a^2 + 25 = 16a \Rightarrow a + \frac{25}{a} = 16 \quad (*)$$

حال طرفین تساوی $T = \sqrt{a} - \frac{5}{\sqrt{a}}$ را به توان ۲ می رسانیم:

$$T^2 = a + \frac{25}{a} - 10 \xrightarrow{(*)} T^2 = 16 - 10 = 6 \Rightarrow T = \sqrt{6}$$

a را جواب بزرگتر در نظر گرفته ایم. پس $T > 0$ است.

سوال ۱۳ گزینه ۴



هر کدام از عبارت ها را ساده می کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} A &= \frac{2}{\sqrt{\frac{2-2\sqrt{2}}{2}}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}(\sqrt{2}+1) \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{2} \\ \frac{1}{A} &= \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2} \Rightarrow \frac{1}{A} = \sqrt{2} - \sqrt{2} \\ \Rightarrow \sqrt{A + \frac{1}{A} + 5} &= \sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + 5} = \sqrt{5 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{2} \end{aligned} \right.$$

سوال ۱۴ گزینه ۲



$$\begin{aligned} \frac{1}{2+\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}-2}{3}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{3} \\ \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{13}} &= \frac{\sqrt{13}-\sqrt{10}}{3}, \quad \frac{1}{4+\sqrt{13}} = \frac{4-\sqrt{13}}{3} \\ A &= \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

پس حاصل برابر است با:

سوال ۱۵ گزینه ۲



با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$\left(x + \frac{1}{x} + \sqrt{2}\right)^2 \left(x + \frac{1}{x} - \sqrt{2}\right)^2 = \left(\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 2\right)^2$$

با جایگذاری x داریم :

$$= x^4 + \frac{1}{x^4} + 2$$

$$5 - 2\sqrt{6} + \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}} + 2 = 5 - 2\sqrt{6} + 5 + 2\sqrt{6} + 2 = 12$$

سوال ۱۶ گزینه ۱



$$125 \times 5^x = \frac{\sqrt{5}}{25} \Rightarrow 5^3 \times 5^x = \frac{5^{\frac{1}{2}}}{5^2} \Rightarrow 5^{3+x} = 5^{\frac{1}{2}-2} \Rightarrow 3+x = -1/5 \Rightarrow x = -4/5$$

سوال ۱۷ گزینه ۱



$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

$$(a + b + c)^2 = (a^2 + c^2 + 2ac) + (b^2 + 2ab + 2bc) = 1 + 8 = 9$$

$$(a + b + c)^2 = 9 \Rightarrow a + b + c = \pm 3$$

سوال ۱۸ گزینه ۳



ابتدا هر دو عبارت را تجزیه می کنیم :

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2) \\ x^2 - x^2 - 4x + 4 = x^2(x - 1) - 4(x - 1) = (x - 1)(x^2 - 4) \\ \quad = (x - 1)(x - 2)(x + 2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ک.م.م}} (x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2) = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = x^4 - 5x^2 + 4$$

سوال ۱۹ گزینه ۳



$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \Rightarrow 49 = 21 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\Rightarrow ab + bc + ca = 14$$

سوال ۲۰ گزینه ۱



معادله داده شده را به صورت زیر می نویسیم:

$$49x^2 - 14x + 1 + 16x^2 + y^2 + 8xy = (7x - 1)^2 + (4x + y)^2 = 0$$

با توجه به اینکه هر دو عبارت نامنفی هستند و جمع آنها برابر صفر شده است، نتیجه می گیریم هر دو عبارت برابر با صفر هستند.

$$7x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{7}, 4x + y = 0 \Rightarrow \frac{4}{7} + y = 0 \Rightarrow y = -\frac{4}{7}$$

$$x - y = \frac{1}{7} - \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{5}{7} \approx 0.71$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.

سوال ۲۱ گزینه ۴



ابتدا ماتریس A^2 را به دست می آوریم .

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = A$$

پس:

$$\frac{\text{حاصل ضرب درایه ها } A}{\text{حاصل ضرب درایه های } A^2} = 1$$

سوال ۲۲ گزینه ۱



ابتدا ماتریس B^{-1} را به دست می آوریم.

$$B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2-3} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

اکنون طرفین تساوی داده شده را از سمت راست در B^{-1} ضرب می کنیم.

$${}^3I - {}^2A^{-1}B = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -12 & -11 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times B^{-1}} {}^3B^{-1} - {}^2A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -12 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow {}^3B^{-1} - {}^2A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -11 \\ -1 & 14 \end{bmatrix}$$

پس کوچکترین درایه های این ماتریس ۱۱- است.

سوال ۲۳ گزینه ۳



$$AB^{-1}A^{-1} = (ABA^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^4 = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$$

با ادامه این روند داریم:

$$AB^{-1}A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2^9 & 2^9 \\ 2^9 & 2^9 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های آن برابر است با:

$$4 \times 2^9 + 2^{11} = 2048$$

سوال ۲۴ گزینه ۲



بنابر فرض سوال داریم:

$$A - B + C = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 7 \\ 0 & -4 & -5 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|C| = 2(0) - 2(5) + 7(4) = 18$$

$$|{}^3C| + |{}^{-12}C^{-1}| = {}^3|C| + ({}^{-12})^3 \times \frac{1}{|C|} = 486 - (+96) = 390$$

سوال ۲۵ گزینه ۱



ابتدا ماتریس D را پیدا می کنیم. بنابر فرض سوال می نویسیم:

$$D = B \times C \times A = B \times A \times B \times A = (BA)^2 \quad (۱)$$

اکنون ماتریس AB را به دست می آوریم.

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |BA| = 1$$

بنابراین:

$$(۱) \Rightarrow |D| = |(BA)^2| = |BA|^2 = 1^2 = 1$$

سوال ۲۶ گزینه ۴



دترمینان ماتریس های A و B برابرند با:

$$|A| = (-2)(-3)(-1) = -6, |B| = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)(-5) = -\frac{5}{6}$$

$$|(AB)^2| = |AB|^2 = (|A||B|)^2 = \left(-6 \times -\frac{5}{6}\right)^2 = 5^2 = 25$$

سوال ۲۷ گزینه ۳



بررسی گزینه ها:

(۱) درست

$$|BA - I| = |BA - BB^{-1}| = |B| |A - B^{-1}| = |A - B^{-1}| |B| = |AB - I|$$

(۲) درست

$$|ABA^{-1} - 2I| = |ABA^{-1} - 2AA^{-1}| = |A| |B - 2I| |A^{-1}| = |B - 2I|$$

(۳) نادرست؛ برای ماتریس های مربعی A و B از مرتبه ۳ داریم:

$$|A - B| = |-(B - A)| = (-1)^3 |B - A| = -|B - A|$$

(۴) درست

$$|(A^{-1}BA)^2| = |A^{-1}B^2A| = |A^{-1}| |B|^2 |A| = |B|^2$$

سوال ۲۸ گزینه ۴



با استفاده از دستور ساروس داریم:

$$\begin{vmatrix} 0 & x & \text{Log } x \\ -x & 0 & x^2 - 1 \\ -\text{Log } x & 1 - x^2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & x \\ -x & 0 \end{vmatrix} - \text{Log } x \begin{vmatrix} 1 & -x^2 \\ -\text{Log } x & 0 \end{vmatrix} + (x^2 - 1) \begin{vmatrix} 1 & -x^2 \\ -\text{Log } x & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (0 - x(x^2 - 1)) \text{Log } x - x(1 - x^2) \text{Log } x - (0 + 0 + 0) = 0$$

قرینه

دترمینان فوق همواره به ازای $x > 0$ (دامنه تعریف لگاریتم) برابر صفر است؛ پس معادله بیشمار جواب دارد.

سوال ۲۹ گزینه ۳



d و d' دو خط موازی با شیب های مثبت هستند که فقط یکی از آنها از مبدا عبور می کند. لذا در معادله ماتریسی متناظر، دترمینان ماتریس ضرایب بایستی صفر بوده و فقط یکی از درایه های ماتریس مقادیر معلوم نیز صفر می باشد. پس گزینه های ۱ و ۴ حذف می شوند. همچنین در گزینه ۲ شیب هر دو خط منفی است. (درایه های سطرها هم علامت اند)

سوال ۳۰ گزینه ۲



طبق فرض داریم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = I - 2X$$

$$\Rightarrow \left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + 2I \right) X = I - \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

حال باید وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ را از سمت چپ در طرفین ضرب کنیم:

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -8 & 20 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های X برابر ۸ است.

سوال ۳۱ گزینه ۱



از سمت چپ، ماتریس A^{-1} و از سمت راست، ماتریس A را در عبارت فرض سوال ضرب می کنیم:

$$A^{-1}(A + A^{-1})A = A^{-1}(ABA^{-1})A \Rightarrow (I + (A^{-1})^2)A = IBI \Rightarrow A + A^{-1} = B$$

سوال ۳۲ گزینه ۱



ابتدا ماتریس A را طبق فرض پیدا می کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

سپس براساس قوانین ضرب ماتریس ها، ماتریس A^3 را می یابیم:

$$\begin{aligned} A^3 &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 5 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 13 & -19 & -27 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین مجموع درایه های زیر قطر اصلی برابر است با:

$$0 + 13 - 19 = -6$$

سوال ۳۳ گزینه ۲



$$\begin{aligned} & \begin{cases} (BA^{-1})^{-1} = (A^{-1})^{-1} B^{-1} = AB^{-1} \\ (B^{-1}A)^{-1} = A^{-1}(B^{-1})^{-1} = A^{-1}B \end{cases} \\ \Rightarrow X &= (AB^{-1})(A+B)(A^{-1}B) = (AB^{-1}A + AB^{-1}B)(A^{-1}B) \\ & \quad AB^{-1}A + AB^{-1}B \\ AB^{-1}AA^{-1}B + AA^{-1}B &= AB^{-1}B + B = A + B \end{aligned}$$

سوال ۳۴ گزینه ۱



ابتدا از طرفین ماتریس A دترمینان می گیریم.

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ |A| & 2 & m \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{سطر اول}} |A| = -1(-2+m) + 1(-|A|-4) \Rightarrow |A| = 2-m-|A|-4 \\ \Rightarrow 2|A| &= -m-2 \Rightarrow |A| = \frac{-m-2}{2} = -\frac{m}{2} - 1 \end{aligned}$$

می دانیم که اگر عدد از دترمینان بیرون بیاید به توان مرتبه ماتریس می رسد. پس:

$$\begin{aligned} \underbrace{|(|A|+1)A^3|}_{\text{عدد}} &= 8 \Rightarrow (|A|+1)^3 |A|^3 = \left(-\frac{m}{2}\right)^3 \left(-\frac{m}{2}-1\right)^3 = 8 \\ \Rightarrow \left(-\frac{m}{2}\right)^3 \left(-\frac{m}{2}-1\right)^3 &= 2^3 \Rightarrow \left[\frac{m}{2}\left(\frac{m}{2}+1\right)\right]^3 = 2^3 \Rightarrow \frac{m}{2}\left(\frac{m}{2}+1\right) = 2 \\ \Rightarrow \frac{m^2}{4} + \frac{m}{2} &= 2 \xrightarrow{\times 4} m^2 + 2m - 8 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-4 \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع}} -2 \end{aligned}$$

سوال ۳۵ گزینه ۲



از طرفین تساوی داده شده دترمینان می گیریم.

$$AB^{-1}C = -4I \Rightarrow |AB^{-1}C| = |-4I| \Rightarrow |A| |B^{-1}| |C| = (-4)^3 |I|$$

$$\Rightarrow |A| \times \frac{1}{|B|} \times |C| = -64 \quad (1)$$

از طرف دیگر:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{بر حسب سطر سوم}]{\text{دترمینان می گیریم}} |A| = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-1)^6 \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{بر حسب ستون دوم}]{\text{دترمینان می گیریم}} |B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1(-1)^6 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

بنابراین:

$$1 \times \frac{1}{2} \times |C| = -64 \Rightarrow |C| = -128$$

از (۱):

سوال ۳۶ گزینه ۴



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \xrightarrow[b_{ij}=2^{(i+j-2)} a_{ij}]{\text{}} B = \begin{bmatrix} a_{11} & 2a_{12} & 4a_{13} \\ 2a_{21} & 4a_{22} & 8a_{23} \\ 4a_{31} & 8a_{32} & 16a_{33} \end{bmatrix}$$

در محاسبه دترمینان B از سطرهای دوم و سوم و همچنین ستون های دوم و سوم به ترتیب از ۳ و ۹ می توانیم فاکتور بگیریم.

$$|B| = \begin{vmatrix} a_{11} & 3a_{12} & 9a_{13} \\ 3a_{21} & 9a_{22} & 27a_{23} \\ 9a_{31} & 27a_{32} & 81a_{33} \end{vmatrix} \Rightarrow |B| = (3)(9)(3)(9) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 81 = (3)(9)(3)(9) |A| \Rightarrow |A| = \frac{1}{9}$$

سوال ۳۷ گزینه ۲



$$|A| = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$$

$$= \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_{(1)} + 2 \sin \alpha \cos \alpha - \underbrace{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha)}_{(1)}$$

$$\Rightarrow |A| = 4 \sin \alpha \cos \alpha = 2(2 \sin \alpha \cos \alpha) = 2 \sin 2\alpha \quad (1)$$

حال با توجه به مقدار $|A|$ ، ماتریس B را بازنویسی می کنیم و دترمینان آن را محاسبه می کنیم.

$$B = \begin{bmatrix} \frac{2 \sin 2\alpha}{2} & \frac{2 \sin 2\alpha}{2} \times \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \\ 2 \sin 2\alpha \times \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} & 2 \sin 2\alpha \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \\ 2 \cos 2\alpha & 2 \sin 2\alpha \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 2 \sin^2 2\alpha - 2 \cos^2 2\alpha$$

می دانیم: $\cos^2 \theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ ، پس :

$$|B| = -2(\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha) = -2 \cos^2 2\alpha \xrightarrow{(1), (2)} \frac{|A|}{|B|} = \frac{2 \sin 2\alpha}{-2 \cos^2 2\alpha} = -\frac{\sin 2\alpha}{\cos^2 2\alpha}$$

می توانستیم به جای a یک مثال عددی در ناحیه اول بزنیم و حل کنیم.

سوال ۳۸ گزینه ۳



ابتدا از طرفین رابطه داده شده دترمینان می گیریم تا مقدار $|A|$ را به دست آوریم.

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \Rightarrow \frac{1}{|A|} = 3|A| - 2 \xrightarrow{\times |A|} 3|A|^2 - 2|A| - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب = صفر}} \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

حال هر یک از مقادیر به دست آمده را در ماتریس A^{-1} جای گذاری کرده و وارون آن یعنی ماتریس A را پیدا می کنیم.

$$\begin{aligned} (۱): |A| = 1 &\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{وارون}} A = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 1 \\ (۲): |A| = -\frac{1}{3} &\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{وارون}} A = \frac{1}{-\frac{1}{3}} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{9} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = \frac{1}{9}$$

بنابراین اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار ممکن برای مجموع درایه های ماتریس A برابر است با:

$$1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

سوال ۳۹ گزینه ۳



$$\begin{aligned} [-1 \ 2 \ 1]_{1 \times 3} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1-x & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} &= [-x+1 \ -2x-1 \ 0] \\ \Rightarrow [-x+1 \ -2x-1 \ 0] \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} &= -x^2 + x - 4x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = -2 \end{cases} &\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 2/5 \end{aligned}$$

سوال ۴۰ گزینه ۳



$$\begin{aligned} {}^v A &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{v} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \\ A^v &= A \times A = \frac{1}{v} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \times \frac{1}{v} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{v^2} \begin{bmatrix} 7 & 21 \\ 14 & 42 \end{bmatrix} = \frac{1}{v} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = A \\ A^v &= A \xrightarrow{\times A} A^r = A^v = A \xrightarrow{\times A} A^r = A^v = A \rightarrow \dots \Rightarrow A^n = A \\ A + A^v + \dots + A^v &= A + A + \dots + A = {}^v A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} &= 1 + 3 + 2 + 6 = 12 \end{aligned}$$

فیزیک

سوال ۴۱ گزینه ۱



با استفاده از قانون دوم نیوتون جرم جسم ها را به دست می آوریم

$$m_1 \text{ جسم} \rightarrow |F_{net}| = m|a| \rightarrow 13 - 5 = m_1 \times 2 \rightarrow m_1 = \frac{8}{2} = 4kg$$

$$m_2 \text{ جسم} \rightarrow |F_{net}| = m|a| \rightarrow (4 + 5) - 2 = m_2 \times 2 \rightarrow m_2 = \frac{7}{2} = 3.5kg$$

$$m_3 \text{ جسم} \rightarrow |F_{net}| = m|a| \rightarrow 5 - 4 = m_3 \times 4 \rightarrow m_3 = \frac{1}{4}kg$$

$$m_4 \text{ جسم} \rightarrow |F_{net}| = m|a| \rightarrow (9 + 1) - 5 = m_4 \times 1 \rightarrow m_4 = \frac{5}{1} = 5kg$$

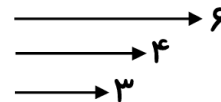
$$\Rightarrow m_4 > m_1 > m_2 > m_3$$

سوال ۴۲ گزینه ۳



حداکثر نیروی وارد به جسم زمانی است که سه نیرو هم جهت باشند.

$$|F_{t_{max}}| = 4 + 6 + 3 = 13$$



$$|F_{max}| = |ma_{max}| \Rightarrow 13 = |ma_{max}| \quad (1)$$

حداقل بزرگی شتاب نیز زمانی است که بزرگی برآیند سه نیرو حداقل شود (سطح دارای اصطکاک باشد) که در اینجا برابر صفر است. بنابراین داریم

$$\left| \frac{F_{min}}{F_{max}} \right| = \frac{0}{13} = 0$$

سوال ۴۳ گزینه ۴



چون نیروهای عمل و عکس العمل به دو جسم مختلف وارد میشوند. گزینه های ۱ و ۲ غلط است عکس العمل f_s به سطح زیرین وارد میشود پس گزینه (۳) غلط است. عکس العمل F به عامل وارد کننده نیرو یعنی شخص وارد میشود.

سوال ۴۴ گزینه ۳



چون جسم در جهت نیروی F_2 حرکت میکند پس برآیند چهار نیرو در جهت F_2 بوده و چهار نیرو در یک راستا هستند.

$$F_1 + F_3 + F_4 = -4 \quad \leftarrow \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{F_T} \\ \xrightarrow{F_T} \end{array}$$

$$F_{net} = ma = 2 \times 2 = 4$$

$$F_{net} = \vec{F}_1 + (\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4)$$

$$4 = 8 + \vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = -4$$

سوال ۴۵ گزینه ۴

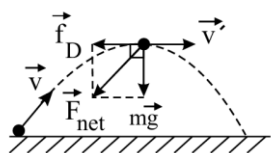


قانون اول نیوتون: هر جسمی تمایل دارد حرکت اولیه خود را حفظ کند بنابراین بسته تمایل دارد با سرعت کامیون به حرکت خود ادامه دهد در نتیجه در ابتدای حرکت روی سطح جاده در جهت حرکت کامیون حرکت میکند.

سوال ۴۶ گزینه ۴



در بالاترین نقطه مسیر حرکت دو نیروی عمود بر هم وزن و مقاومت هوا بر گلوله وارد می شود. داریم



$$F_{net} = \sqrt{f_D^2 + (mg)^2}$$

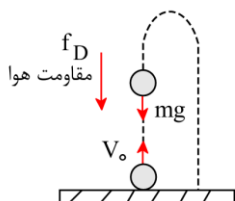
با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{f_D^2 + (mg)^2}}{m} \Rightarrow a = \sqrt{\left(\frac{f_D}{m}\right)^2 + g^2}$$

سوال ۴۷ گزینه ۲



ابتدا شتاب حرکت جسم را یافته سپس از آن نیروی مقاوم هوا را محاسبه می کنیم.



$v = 0$ ارتفاع اوج

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$$

$$0 - 30^2 = 2a \times 30 \Rightarrow a = -15 \text{ m/s}^2$$

$$-mg - f_D = ma$$

$$-0.1 \times 10 - f = 0.1 \times (-15) \Rightarrow f = 0.5 \text{ N}$$

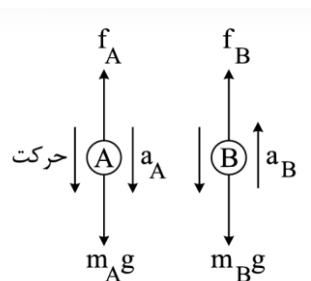
سوال ۴۸ گزینه ۲



گلوله A دارای حرکت تندشونده به طرف پایین است در نتیجه جهت شتابش نیز به طرف پایین است.

گلوله B دارای حرکت کند شونده به طرف پایین است. در نتیجه جهت شتابش به طرف بالا است.

اکنون قانون دوم نیوتون را برای دو گلوله می نویسیم:



$$\begin{aligned} A \quad & mg - f_A = ma \Rightarrow (0.1 \times 10) - f_A = (0.1)(4) \Rightarrow f_A = 0.6 \\ B \quad & f_B - mg = ma \Rightarrow f_B - (0.3 \times 10) = (0.3)(2) \Rightarrow f_B = 3.6 \Rightarrow f_B - f_A = 3.6 - 0.6 = +3 \text{ N} \end{aligned}$$

سوال ۴۹ گزینه ۴



در لحظه $t = 6 \text{ s}$ نیروی مقاومت هوا ثابت شده است و این همان لحظه ای است که چتر باز به تندی حدی می رسد

$f_D = mg$ میشود و نیروی خالص صفر می شود و چتر باز با تندی ثابت به حرکت ادامه می دهد.

$$f_D = mg \rightarrow 900 = m \times 10 \rightarrow m = 90 \text{ kg}$$

$$t = 4 \text{ s} \text{ در لحظه } F_{net} = ma \rightarrow mg - f_D = ma \rightarrow 900 - f_D = 90 \times 2 \rightarrow f_D = 720 \text{ N}$$

دقت کنید که به چتر باز دو نیرو وارد میشود نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت

سوال ۵۰ گزینه ۴

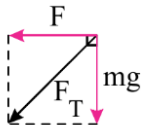


برآیند نیروهایی که به جسم وارد می شود. صفر است.

$$\sum F = 0 \Rightarrow \vec{F}_{N_A} + \vec{F}_{N_B} + \vec{m}g + \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{N_A} + \vec{F}_{N_B} = -\vec{m}g - \vec{F}$$

اندازه برآیند $\vec{F}_{N_A} + \vec{F}_{N_B}$ با بزرگی برآیند $\vec{F}$ و mg برابر است.

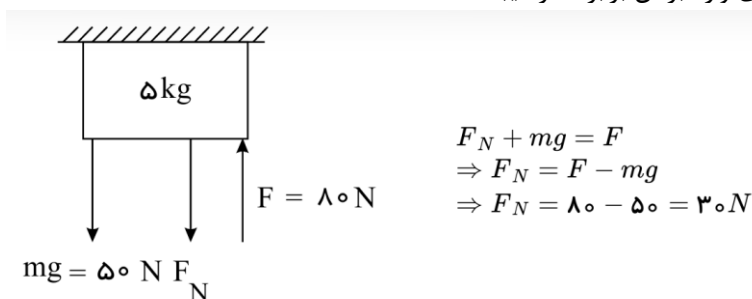
$$F_T = \sqrt{F^2 + mg^2} = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500N$$



سوال ۵۱ گزینه ۴



از آنجا که جسم ثابت است پس برآیند نیروهای وارد بر آن برابر صفر می‌باشد.



سوال ۵۲ گزینه ۱



نکته وزن ظاهری در آسانسور برابر است با $W' = mg (\pm a)$

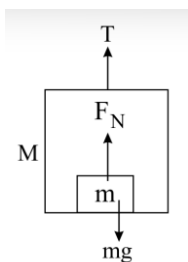
$$W'_1 = 40(10 + (2)) \Rightarrow W'_1 = 480 \Rightarrow 480 = 10m \Rightarrow m = 48kg$$

$$W'_2 = m(10 - (2)) \Rightarrow W'_2 = 10m$$

سوال ۵۳ گزینه ۲

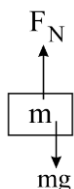


اگر جرم جسم را m و جرم آسانسور را M فرض کنیم داریم:



$$(m + M)g - T = (m + M)a$$

$$\Rightarrow ۸۶۰ \times ۱۰ - ۷۷۴۰ = ۸۶۰ \times a \Rightarrow a = ۱ m/s^2$$

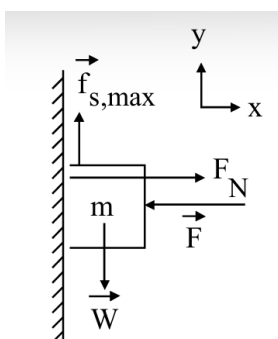


$$\Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow ۶۰۰ - F_N = ۶۰ \Rightarrow F_N = ۵۴۰(N)$$

سوال ۵۴ گزینه ۳



مطابق شکل با توجه به نیروهای وارد بر جسم و با توجه به این که جسم در راستای افقی هیچ حرکتی ندارد، می توان نوشت:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F = F_N$$

$$\text{شرط نلغزیدن جسم: } f_{s,max} \geq mg \Rightarrow \mu_s F_N \geq mg \Rightarrow F_N \geq \frac{۲ \times ۱۰}{۰.۵} = ۴۰ N \Rightarrow F_N = F \Rightarrow F \geq ۴۰ N$$

سوال ۵۵ گزینه ۱



چون جسم ابتدا ساکن است باید اندازه نیروی $\vec{F}$ بیشتر از بیشینه اندازه نیروی اصطکاک ایستایی شود تا جسم حرکت کند و تا قبل از آن چون جسم ساکن است، اصطکاک از نوع ایستایی است و اندازه آن برابر با اندازه نیروی $\vec{F}$ وارد بر جسم است. بنابراین ابتدا باید بیشینه اندازه نیروی اصطکاک ایستایی و اندازه نیروی $\vec{F}$ در لحظه $t = 2s$ را محاسبه کرده و با هم مقایسه کنیم داریم

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow f_{s,max} = 0.2 \times 5 \times 10 = 10N$$

$$F = 3t + 2 \xrightarrow{t=2s} F = 3 \times 2 + 2 \Rightarrow F = 8N$$

چون $F < f_{s,max}$ است. بنابر این جسم ساکن میماند و اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر آن برابر است با

$$f_s = F = 8N$$

سوال ۵۶ گزینه ۲



جسم روی سطح افقی ابتدا ساکن است با اعمال نیروی $\vec{F}$ ، و افزایش اندازه آن جسم همچنان ساکن میماند و اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم برابر با اندازه نیروی $\vec{F}$ خواهد بود. زمانی که اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم به بیشینه مقدار خود می رسد. با کمی افزایش نیروی $\vec{F}$ جسم شروع به حرکت میکند و اصطکاک وارد بر جسم به نوع جنبشی تبدیل خواهد شد و اندازه آن ثابت میشود. بنابر این مطابق نمودار بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر با ۱۴ نیوتون و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم برابر با ۱۰ نیوتون است. داریم

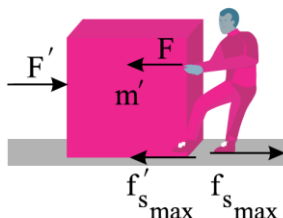
$$f_{s,max} = 14N \Rightarrow \mu_s F_N = 14N$$

$$f_k = 10N \Rightarrow \mu_k F_N = 10N \Rightarrow \frac{f_k}{f_{s,max}} = \frac{\mu_k F_N}{\mu_s F_N} = \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{10}{14} \Rightarrow \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{5}{7}$$

سوال ۵۷ گزینه ۱



نیروهای وارد بر جعبه و شخص را با توجه به این که اصطکاک به علت در آستانه حرکت بودن بیشینه است رسم میکنیم



F' و F کنش و واکنش بوده لذا هم اندازه اند.

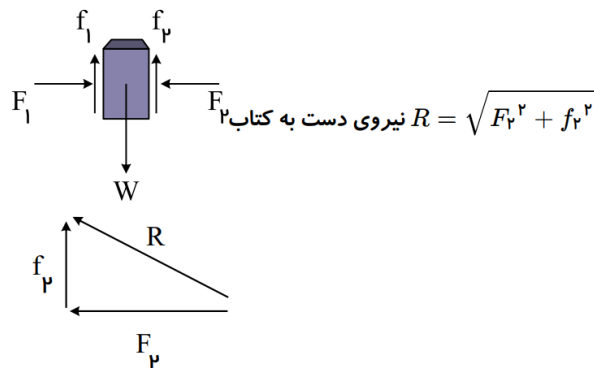
$$\begin{cases} F' = f'_{s,\max} = \mu'_s m' g & \text{جعبه} \\ F = f_{s,\max} = \mu_s m g & \text{شخص} \end{cases}$$

$$F = F' \Rightarrow \mu'_s m' g = \mu_s m g \Rightarrow \frac{\mu'_s}{\mu_s} = \frac{m}{m'}$$

سوال ۵۸ گزینه ۲



از طرف کف دست بر کتاب دو نیروی عمود بر سطح کتاب (نیروی عمودی تکیه گاه) و مماس بر سطح کتاب (نیروی اصطکاک) وارد میشود با رسم همه نیروهای وارد بر کتاب (تصویر را ببینید) و با انتخاب جهات مثبت به راست و بالا داریم: (در این جا f_1 و f_2 را نیروهای اصطکاک در آستانه سر خوردن در نظر گرفته ایم)



$$\rightarrow F_1 - F_2 = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 = F$$

$$\uparrow f_1 + f_2 - W = 0 \Rightarrow f_1 + f_2 = W = 10N$$

$$f_1 = \mu_1 F_1 = 0.4F \text{ در آستانه سر خوردن}$$

$$f_2 = \mu_2 F_2 = 0.6F$$

$$0.4F + 0.6F = 10 \rightarrow F = 10N$$

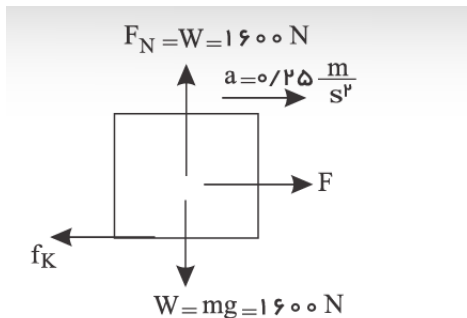
$$f_2 = 0.6 \times 10 = 6N$$

$$R = \sqrt{F_2^2 + f_2^2} = \sqrt{10^2 + 6^2} = 2\sqrt{34}N$$

سوال ۵۹ گزینه ۲



با رسم نیروی وارد بر صندوق داریم



$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 1600 \rightarrow f_k = 320 N$$

در حالت اول برای تعیین نیروی F داریم

$$F_{net} = ma \rightarrow F - f_k = ma \rightarrow F - 320 = 160 \times 0.25 \rightarrow F = 360 N$$

در حالت دوم برای تعیین جرم صندوق جدید داریم

$$F_{net} = m'a' \rightarrow F - f'_k = m'a' \xrightarrow{f'_k = \mu_k m'g, a' = 2a} F - \mu_k m'g = m'a' \rightarrow 360 - 0.2 \times m' \times 10 = m' \times 0.5 \rightarrow 2.5m' = 360 \rightarrow m' = 144 kg$$

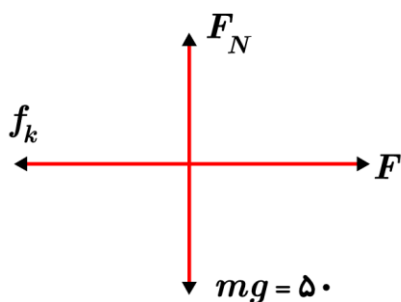
و در نهایت داریم

$$\Delta m = m - m' = 160 - 144 \rightarrow \Delta m = 16 kg$$

سوال ۶۰ گزینه ۱



نمودار نیروهای جعبه را رسم میکنیم.

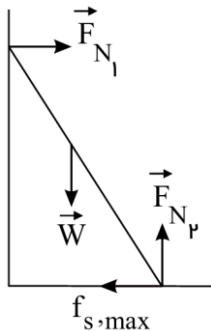


$$\begin{cases} F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 50 = 5(2) \Rightarrow F_N = 60 \\ F - f_k = ma \Rightarrow 40 - 60(\mu_k) = 5(3) \Rightarrow \mu_k = \frac{5}{12} \end{cases}$$

سوال ۶۱ گزینه ۲



وقتی نردبان در آستانه سر خوردن است با توجه به رابطه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه داریم



$$(F_x)_{net} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = F_{N1}$$

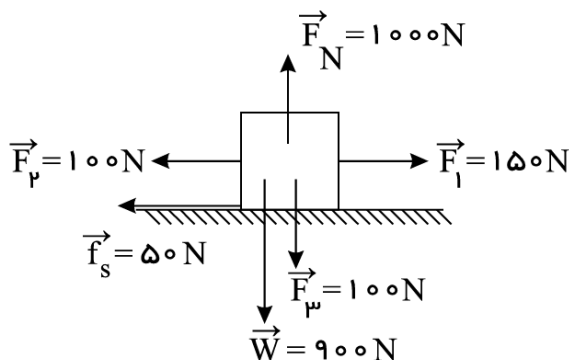
$$(F_y)_{net} = 0 \Rightarrow F_{N2} = W$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N2} \xrightarrow[F_{N2}=W, m=15kg, F_{N1}=f_{s,max}]{W=mg, g=10 \frac{N}{kg}} F_{N1} = 0.6 \times 15 \times 10 = 90 N$$

سوال ۶۲ گزینه ۲



ابتدای نیروی عمودی تکیه گاه و پس از آن $f_{s,max}$ را محاسبه میکنیم اگر برابری دو نیروی افقی F_1 و F_2 بزرگ تر یا مساوی $f_{s,max}$ باشد. جسم حرکت میکند و در غیر این صورت ساکن می ماند. بنابراین داریم

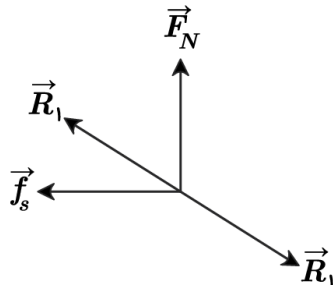


$$F_{net,y} = ma \rightarrow F_N - F_3 - mg = 0 \rightarrow F_N = F_3 + mg$$

$$F_N = 100 + 90 \times 10 = 1000 N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.6 \times 1000 = 600 N$$

برایند دو نیروی F_1 و F_2 را به دست می آوریم:



$$F_{net\ x} = F_1 - F_2 = 150 - 100 = 50 N$$

$$F_{net\ x} < f_{s,max} \rightarrow \text{جسم ساکن است}$$

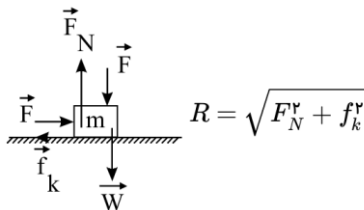
$$\rightarrow f_s = F_{net\ x} = 50 N \xrightarrow{\text{نیروی که سطح به جسم وارد می کند}} \vec{R} = -f_s \vec{i} + F_N \vec{j}$$

$$\vec{R} = -50 \vec{i} + 1000 \vec{j} \xrightarrow{\text{نیروی جسم به سطح}} \vec{R}' = -\vec{R} = 50 \vec{i} - 1000 \vec{j}$$

سوال ۶۳ گزینه ۴



نیروی سطح برایند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.



$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2}$$

با توجه به رابطه نیروی سطح نیروی $\vec{F}$ را به دست می آوریم:

$$\frac{F_N = W + F}{f_k = \mu_k F_N} \rightarrow R = \sqrt{(W + F)^2 + (\mu_k (W + F))^2}$$

$$\Rightarrow R = (W + F) \sqrt{1 + \mu_k^2} \xrightarrow{\mu_k = \frac{3}{4}, W = 2 \times 10 = 20 N, R = 150 N} 150 = (20 + F) \sqrt{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} \Rightarrow 150 = (2 + F) \left(\sqrt{\frac{25}{16}}\right)$$

$$\Rightarrow 20 + F = \frac{150 \times 4}{5} \Rightarrow F = 100 N$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای جسم m مینویسیم:

$$F - \mu_k F_N = ma \xrightarrow{F_N = W + F = 120 N} 100 - 120 \times \frac{3}{4} = 2a \Rightarrow a = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

سوال ۶۴ گزینه ۳



$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k \times mg = 0.3 \times 2 \times 10 = 6N$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = m\ddot{x} \Rightarrow F = f_k = 6N$$

$$F = kx \Rightarrow 6 = k \times \frac{2}{10} \Rightarrow k = 30N/m$$

سوال ۶۵ گزینه ۴



عامل تغییر طول فنر نیروی وزن جسم است. در این صورت در حالت تعادل داریم:

$$\left. \begin{array}{l} W = mg \\ F_e = kx \end{array} \right\} \Rightarrow mg = kx \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \rho Vg = kx$$

$$\Rightarrow k = \frac{\rho Vg}{x} = \frac{2 \times 10^3 \times 64 \times 10^{-6} \times 10}{12.8 \times 10^{-2}} = \frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 10N/m$$

سوال ۶۶ گزینه ۳



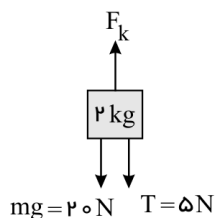
با استفاده از رابطه بین اندازه نیروی وارد بر فنر و تغییر طول آن می توان نوشت

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = k(l - l_0) \Rightarrow \Delta F_e = k(l_2 - l_1) \Rightarrow \frac{\Delta F'_e}{\Delta F_e} = \frac{l'_2 - l'_1}{l_2 - l_1} \Rightarrow \frac{24 - 8}{40 - 8} = \frac{l'_2 - 4}{8 - 4} \Rightarrow l'_2 = 6cm$$

سوال ۶۷ گزینه ۳



ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص میکنیم چون جسم برآیند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است.



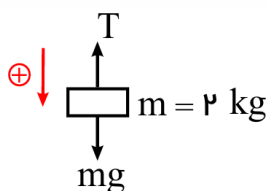
$$F_k = T + mg = ۲۵N \quad \frac{F_k = k\Delta l}{k = ۵۰۰ N/m} \rightarrow \Delta l = \frac{۲۵}{۵۰۰} = ۵cm$$

$$l = l_0 + \Delta l = ۱۲ + ۵ = ۱۷cm$$

سوال ۶۸ گزینه ۴



چون حرکت کندشونده است پس شتاب روبه بالا است (در حرکت کند شونده جهت شتاب و سرعت حرکت در خلاف هم هستند)

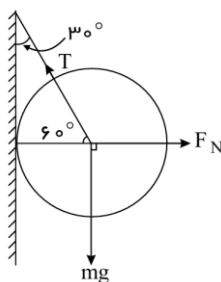


$$F_{net} = ma \rightarrow T - mg = m|a| \rightarrow T = m(g + |a|) = ۲(۱۰ + ۲) = ۲۴N$$

سوال ۶۹ گزینه ۲



به کره سه نیروی وزن کشش نخ و عمودی تکیه گاه وارد میشود. با استفاده از تجربه نیروها:

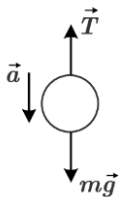


$$T \sin ۳۰ = F_N \Rightarrow \frac{F_N}{T} = \sin ۳۰ = \frac{1}{۲}$$

سوال ۷۰ گزینه ۱



به کمک قانون دوم نیوتون داریم



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T = ma$$

$$\Rightarrow 50 \times 9.8 - 430 = 50a \Rightarrow a = \frac{490 - 430}{50} = 1.2 \frac{m}{s^2}$$

سوال ۷۱ گزینه ۱



وقتی سرعت ثابت است. نیروی محرک و مقاوم هم اندازه اند به عبارتی

$$(v = \text{ثابت} \rightarrow a = 0)$$

$$F_{net} = 0 \rightarrow F - f = 0 \Rightarrow F = f_k = \mu_k F_N = 0 \rightarrow$$

$$f_k = 4 \Rightarrow \mu_k F_N = 4 \Rightarrow \mu_k mg = 4 \Rightarrow \mu_k \times 20 = 4 \Rightarrow \mu_k = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0.2$$

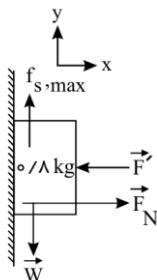
هنگامی که نیروی F قطع میشود جسم در امتداد افقی و فقط تحت تأثیر نیروی اصطکاک می ایستد.

$$-\mu_k F_N = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow -\mu_k g = a \Rightarrow -\frac{1}{5} \times 10 = a \Rightarrow a = -2 m/s^2$$

سوال ۷۲ گزینه ۳



زمانی جسم در آستانه حرکت قرار میگیرد که نیروی وزن جسم با بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر است؛ اکنون نیروی عمودی سطح را در حالتی که جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار می گیرد به دست می آوریم



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = \vec{F}'$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow W = f_{s,max}$$

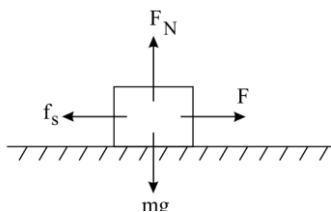
$$\frac{f_{s,max} = \mu_s F_N, m = 0.1 kg, \mu_s = 0.4}{F_N = F', W = mg, g = 10 \frac{N}{kg}} \rightarrow 0.4 \times F' = 1 \Rightarrow F' = 2.5 N$$

بنابراین نیروی F باید $2.5 N$ کاهش یابد.

سوال ۷۳ گزینه ۱



با توجه به اینکه در حالت اول جسم در آستانه لغزیدن است. ضریب اصطکاک ایستایی را می یابیم:



$$\left. \begin{array}{l} F_N = mg \\ f_{s,max} = \mu_s \times F_N \\ f_{s,max} = F = 40 N \end{array} \right\} \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s \times mg \Rightarrow 40 = \mu_s \times 20 \times 10 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{5}$$

در حالتی که $30 kg$ به محتویات اضافه شده و F دو برابر شود باید بررسی کنیم که آیا جسم ساکن می ماند یا حرکت می کند.

$$m' = 20 + 30 = 50 kg$$

$$F' = 2 \times F = 2 \times 40 = 80 N$$

$$f'_{s,max} = \mu_s \times m'g \Rightarrow f'_{s,max} = \frac{1}{5} \times 50 \times 10 = 100 N$$

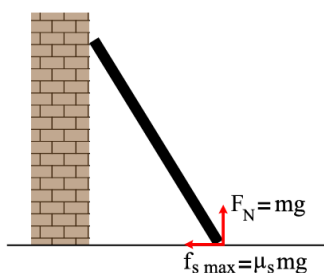
چون $f'_{s,max} > F'$ است جسم تکان نمیخورد و نیروی اصطکاک برابر است با F' که همان $80 N$ است. پس داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{80}{40} = 2$$

سوال ۷۴ گزینه ۱



بیشترین نیرویی که این نردبان به سطح افقی وارد میکند در آستانه لغزیدن است. با توجه به شکل داریم



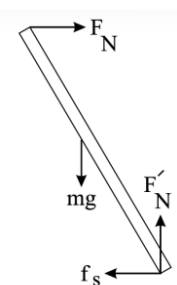
$$R_{max} = \sqrt{F_N^2 + f_{s_{max}}^2} = \sqrt{(mg)^2 + (\mu_s mg)^2} = mg\sqrt{1 + \mu_s^2}$$

$$R_{max} = 25 \times 10 \sqrt{1 + (0.4)^2} \Rightarrow R_{max} = 250 \sqrt{\frac{116}{100}} = 25 \sqrt{4 \times 29} \Rightarrow R_{max} = 50 \sqrt{29} N$$

سوال ۷۵ گزینه ۳



نیروهای وزن و عمودی تکیه گاه سطح افقی متوازن هستند. از طرفی نیروهای اصطکاک و عمودی تکیه گاه دیوار قائم نیز متوازن هستند.



$$\text{تبادل افقی : } f_s = F_N = 300 N$$

$$\text{تبادل قائم : } F'_N = mg = 40 \times 10 = 400 N$$

$$\text{نیروی وارده از طرف سطح افقی به نردبان : } R = \sqrt{f_s^2 + F_N'^2} = 500 N$$

شیمی

سوال ۷۶ گزینه ۲



ملاک ایزوتوپ بودن اتمهای عنصرها فقط برابر بودن تعداد پروتون ها یا عدد اتمی Z آنها است که در اینجا موارد الف، ب و ث دارای عدد اتمی Z یکسان هستند.

سوال ۷۷ گزینه ۲



مطلب ۱ درست است. فراوان ترین اتم هیدروژن موجود در طبیعت 1_1H است که نوترون ندارد.
مطلب ۲ نادرست است. زیرا اتم هیدروژن که در طبیعت فراوانی حدود ۰/۰۱ دارد، 2_1H است که دارای یک نوترون است.
مطلب ۳ درست است. اتم های هیدروژنی که نیم عمر آنها کمتر از ثانیه است، همگی رادیوایزوتوپ بوده و در طبیعت وجود ندارد 4_1H ، 5_1H ، 6_1H ، 7_1H که دارای ۳ نوترون و بیشتر هستند.
مطلب ۴ درست است. نیم عمر 5_1H از نیم عمر 4_1H بیشتر است.
 ${}^3_1H > {}^5_1H > {}^4_1H > {}^6_1H > {}^7_1H$

سوال ۷۸ گزینه ۱



اغلب هسته هایی که نسبت شمار نوترون ها به پروتون های آنها برابر یا بیش از ۱/۵ باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان متلاشی میشوند.

سوال ۷۹ گزینه ۴



عبارت های ب و پ نادرست اند.
عبارت آ و ب: ${}^{99}_{44}Tc$ نخستین عنصر ساخت بشر است و همه تکنسیم جهان به طور مصنوعی تولید میشود. نیم عمر آن کم است و نمیتوان مقدار زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد.
عبارت پ: در تصویر برداری پزشکی از خاصیت هم اندازه بودن یون دارای تکنسیم با یون یدید استفاده می کنند و در تشخیص مشکل غده پروانه ای شکل تیروئید کاربرد دارد.

سوال ۸۰ گزینه ۲



$$A = \text{سنگین ترین} = N + Z = \frac{4}{3}Z + Z = \frac{7}{3}Z = 84 \Rightarrow Z = 36, A = 84$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F} \Rightarrow 83/8 = \frac{(84 \times 4) + M_{\text{سبکتر}}}{41} \Rightarrow M_{\text{سبکتر}} = 83 \text{ amu}$$

سوال ۸۱ گزینه ۴



(۱) نادرست است. زیرا انرژی لایه های الکترونی هر اتم نه تنها ویژه همان اتم است و به عدد اتمی وابسته است.

(۲) نادرست است. زیرا مواد آلی کلمه نادرستی است، مواد مولکولی درست است.

(۳) زیرا در ساختار اکسیژن $\ddot{\text{O}} = \ddot{\text{O}}$ ، ۲ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

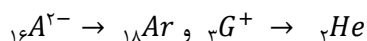
(۴) درست است. در Ca_3N_2 هر اتم کلسیم ۲ الکترون از دست می دهد. به ازای ۳ اتم کلسیم ۶ الکترون به اتم های نیتروژن داده می شود.

سوال ۸۲ گزینه ۴



ترتیب پر شدن زیرلایه ها به $n + l$ بستگی دارد، هر چه $n + l$ برای زیرلایه ای کوچک تر باشد زودتر الکترون می پذیرد، همچنین در شرایطی که $n + l$ برای دو زیرلایه برابر باشد، زیرلایه ای که n کوچک تری دارد، زودتر الکترون می پذیرد.

سوال ۸۳ گزینه ۳



سوال ۸۴ گزینه ۳



الف) درست است.

ب) نادرست است. ۵ تا ناپایدار هستند.

پ) نادرست است. نیم عمر رادیوایزوتوپ های ساختگی هیدروژن آنقدر کوتاه است که حتی پس از یک ثانیه هم چیزی از آنها باقی نمی ماند.

ت) درست است. ناپایدارترین ${}^3\text{H}$ و رادیوایزوتوپ طبیعی ${}^3\text{H}$ است، بنابراین $\frac{2}{33} = \frac{2}{33}$

سوال ۸۵ گزینه ۱



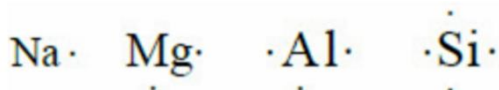
بررسی گزینه ها:

۱) نادرست است. زیرا پرتوی نشر شده در انتقال $n_4 \rightarrow n_3$ در اتم هیدروژن در محدودهٔ فروسرخ قرار دارد. بنابراین انرژی کمتر و طول موج بیشتری نسبت به نورهای مرئی ($400 \leq \lambda \leq 700$ نانومتر) دارد.

۲) درست است. عناصر گروه اول (${}^1\text{H}$, ${}^3\text{Li}$, ${}^{11}\text{Na}$, ${}^{19}\text{K}$), گروه ۱۳ (${}^5\text{B}$, ${}^{13}\text{Al}$, ${}^{31}\text{Ga}$) و سه فلز واسطه (${}^{29}\text{Cu}$, ${}^{44}\text{Cr}$, ${}^{41}\text{Sc}$) در بین عناصر دوره های یک تا ۴ دارای زیرلایه های یک الکترونی هستند.

۳) درست است. با توجه به آرایش الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 4s^2 4p^4$ ، ۸ الکترون با $l = 0$ ، ۱۶ الکترون با $l = 1$ و ۱۰ الکترون با $l = 2$ در این اتم وجود دارد. پس مجموع عددهای کوانتومی فرعی الکترون های آن برابر ۳۶ می باشد.

۴) درست است. آرایش الکترون نقطه ای چهار عنصر نخست دورهٔ سوم، به صورت زیر است:

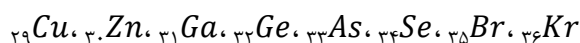


سوال ۸۶ گزینه ۴



عنصرهای دورهٔ چهارم از عدد اتمی ۱۹ تا ۳۶ هستند که از عنصر پتاسیم K شروع شده و تا کریپتون Kr ادامه دارند. بررسی موارد:

مورد الف نادرست است. زیرا ۸ عنصر وجود دارد که زیرلایه d پر شده دارند.



مورد ب درست است. عناصری که دارای زیرلایه تک الکترونی هستند؛ عبارتند از:



مورد پ درست است. از عناصر ${}^{19}\text{K}$ الی ${}^3\text{Zn}$ ، در زیرلایه های درونی خود دارای $2p^6$ و $3p^6$ هستند.

مورد ت درست است. عناصر Ca ، Zn ، و Kr مورد نظر هستند.

سوال ۸۷ گزینه ۳



عنصری که در یک گروه از جدول تناوبی قرار میگیرند، خواص شیمیایی مشابهی دارند، عنصر A به گروه ۱۶ بوده اما عنصر B به گروه ۱۵ جدول دوره ای است پس این دو عنصر خواص شیمیایی مشابهی ندارند. هر دو عنصر A و C به دوره سوم جدول دوره ای میباشند. بررسی سایر گزینه ها: (۱) درست

(۲) هیدروژن (H) نخستین عنصر جدول تناوبی است که جرم اتمی میانگین آن برابر $1/008 amu$ است.

(۴) عنصر موجود در خانه ششم جدول تناوبی عنصرها، کربن است و $1 amu = \frac{1}{12} {}^{12}C$

سوال ۸۸ گزینه ۴

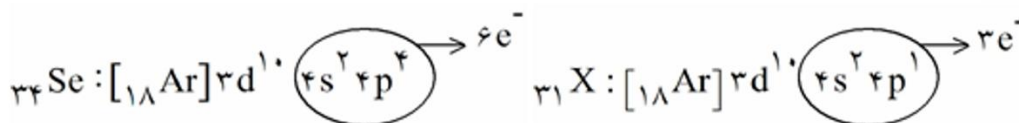


گزینه ۱: از الکترون به اشتراک گذاشته میشود. (مبادله نمیشود)

گزینه ۲: الزاماً برابر نیست. (مثلاً در Na_2O و MgF_2) شمار e مبادله ای برابر ولی بار کاتیون ها نابرابر است.

گزینه ۳: فاصله ترازهای انرژی در اتم عناصر مختلف یکسان نیست.

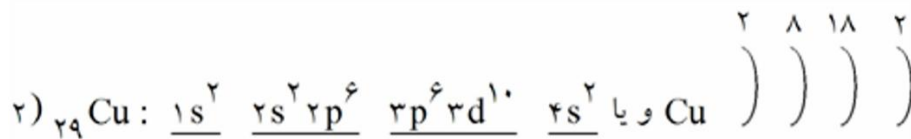
سوال ۸۹ گزینه ۲



سوال ۹۰ گزینه ۳



اتم $\ddot{X}$ اتم He می باشد و در گروه ۱۸ جدول دوره ای قرار دارد. در حالیکه Mg با آرایش الکترون -نقطه ای $\dot{Mg}$ در گروه ۲ جدول دوره ای واقع است. بررسی عبارت های درست: (۱) شمار خطوط طیف نشری خطی هلیوم و هیدروژن در محدوده مرئی به ترتیب برابر ۶ و ۴ می باشد.



(۴) زیرا ترکیب مورد نظر می تواند CaO, NaF یا ScN باشد.

سوال ۹۱ گزینه ۴



آ) (لایه ظرفیت عناصر دوره چهارم جدول تناوبی شامل ریزلایه های $4s$ و $3d$ است.) در زیرلایه با $l = 0$ ($4s$) یک و دو الکترون می تواند قرار گیرد، بنابراین آرایش لایه ظرفیت به صورت $3d^x 4s^y$ و $3d^y 4s^x$ است:

$$\frac{1}{x} = 0/1 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow \text{عنصر مورد نظر } {}_{29}\text{Cu}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{1} \Rightarrow y = 20 \Rightarrow \text{غیر قابل قبول}$$

ب) مقادیر مجاز l در هر لایه از ۰ تا $(n - 1)$ است.

پ) آرایش الکترونی لایه ظرفیت عناصر گروه ۱۴ جدول تناوبی به صورت $ns^2 np^2$ است.

ت) مطابق قاعده آفا، انرژی زیرلایه ها به n و $n + l$ وابسته است.

سوال ۹۲ گزینه ۳



نور نشر شده حاصل از انتقال الکترون از $n = 6$ به $n = 3$ در محدوده فروسرخ قرار می گیرد و نسبت به D طول موج بلندتری دارد. بررسی گزینه ها :

(۱) نور نشر شده در این جابه جایی در محدوده فرابنفش قرار میگیرد.

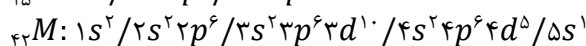
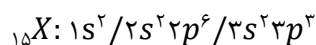
(۲) نور حاصل از شعله این نمک زرد رنگ است و پرتوهای C و D به ترتیب آبی و قرمز میباشند.

(۴) هر دو قرمز رنگ هستند.

سوال ۹۳ گزینه ۳



عنصرهای X و M به ترتیب فسفر (${}_{15}\text{P}$) و مولیبدن (${}_{42}\text{Mo}$) هستند که آرایش الکترونی آنها به صورت مقابل است:



گزینه ۱: عنصر X در گروه ۱۵ و عنصر M در تناوب ۵ قرار دارد.

- گزینه ۲: عنصر X دارای یک زیرلایه نیمه پر و عنصر M دارای دو زیرلایه نیمه پر است. از طرفی یون پایدار عنصر X به صورت X^{3-} است.
- گزینه ۳: عنصر X دارای ۵ الکترون ظرفیتی و ۴ زیر لایه پر است.
- گزینه ۴: عنصر M همانند کروم ($24Cr$) در گروه ۶ قرار دارد عنصر X همانند نیتروژن ($7N$) در گروه ۱۵ و مدل فضا پر کن ترکیب هیدروژن دار آنها یکسان است.

سوال ۹۴ گزینه ۲

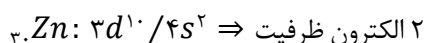
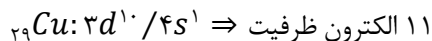


- عنصری که دارای ۷ الکترون با $n + l = 4$ است. به صورت $3p^6 4s^1$ می باشد که می تواند عناصر $19K$ و $24Cr$ و $29Cu$ باشد، که باتوجه به آنها به سوالات پاسخ می دهیم. بررسی عبارت ها:
- عبارت ۱: درست - زیرا عنصر $24Cr$ در $l = 2$ دارای ۵ الکترون است که نیمه پر محسوب می شود.
- عبارت ۲: درست - زیرا عناصر Cr و Cu به دسته d و عنصر K به دست s تعلق دارد.
- عبارت ۳: درست - زیرا هر ۳ عنصر $3p^6$ و $2p^6$ را دارند.
- عبارت ۴: نادرست - زیرا K عنصری اصلی محسوب میشود.

سوال ۹۵ گزینه ۳



- بررسی گزینه ها:
- (الف) نادرست - زیرا همه عناصری که در گروه ۱۸ جدول تناوبی قرار دارند متعلق به دسته p نیستند و He در دسته s قرار دارد.
- (ب) نادرست - استثناء این مورد He است که در گروه ۱۸ قرار دارد اما زیرلایه s در حال پر شدن است.
- (پ) درست - زیرلایه d از d^1 تا d^{10} پر میشود که از گروه ۳ تا ۱۲ جدول دوره ای هستند.
- (ت) نادرست - عناصری که لایه سوم آنها به ۱۸ الکترون میرسد میتواند Cu و Zn باشند.



سوال ۹۶ گزینه ۲



- در ابتدا باید توجه داشت که در دوره چهارم جدول، دو عنصر با ۸ الکترون ظرفیتی وجود دارند که عبارتند از:
- $$26Fe: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$$
- $$36Kr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6$$
- آرایش الکترونی هر دو عنصر از قاعده آفبا پیروی می کند.

هر دو عنصر فاقد زیرلایه الکترونی نیمه پر هستند.
 Fe در دورترین لایه خود از هسته اتم (لایه چهارم) ۲ الکترون دارد. اما Kr دارای ۸ الکترون با چنین شرایطی می باشد.
 آخرین زیرلایه اشغال شده Fe (۴ s) دارای ۲ الکترون است. اما در Kr آخرین زیرلایه اشغال شده (۴p) ۶ الکترونی است.

سوال ۹۷ گزینه ۳



- (آ) هر سه کلئید بوده و نور را پخش میکنند.
 (ب) ارتفاع کف در آب دریا کمتر است.
 (پ) رسوبهای تشکیل شده $(RCOO)_2Ca$ و $(RCOO)_2Mg$ هستند.
 (ت) صحیح است.

سوال ۹۸ گزینه ۴



- بررسی گزینه های نادرست
 گزینه ۱: از ارتفاع کف در آب چشمه به دلیل املاح کمتر بیشتر از آب دریا است.
 گزینه ۲: میزان چسبندگی لکه چربی بر روی پارچه پلی استر بیشتر از پارچه نخی بوده و پاک کردن آن از روی پارچه پلی استر دشوارتر است.
 گزینه ۳: این لکه ها نشانه هایی از وجود رسوب های $RCOO Ca$ و $(RCOO)_2Mg$ هستند.

سوال ۹۹ گزینه ۳



- از واکنش این ترکیب با $(K)KOH$ صابون مایع تهیه میشود.
 بررسی سایر گزینه ها
 گزینه ۱ چربی ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر (با جرم مولی زیاد) هستند.
 گزینه ۲ این ترکیب ناقطبی بوده و در هگزان (حلال ناقطبی) حل میشود.
 گزینه ۴ فرمول مولکولی آن $C_{57}H_{111}O_6$ (موجود در چربی کوهان شتر) میباشد و یک استر سه عاملی محسوب می شود.

سوال ۱۰۰ گزینه ۳



در بخش قطبی آنیون آن ۴ اتم وجود دارد

بررسی سایر عبارت ها

(۱) $C_{18}H_{29}SO_3Na$ تفاوت برابر $11 = 18 - 29$ میباشد.

(۲) پاک کننده غیر صابونی و صابونی با آلاینده ها برهم کنش دارند.

(۴) درست است.

سوال ۱۰۱ گزینه ۴



بررسی عبارت ها

عبارت های الف و پ درست هستند.

عبارت ب نادرست است زیرا گاز هیدروژن کلرید اسید آرنیوس محسوب میشود و با حل شدن در آب یون های H^+ و Cl^-

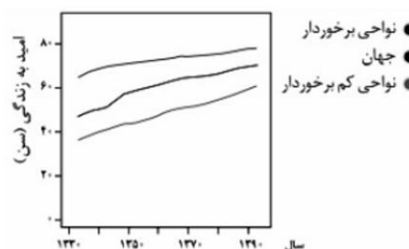
تولید میکند

عبارت ت نادرست است زیرا کلئیدها و سوسپانسیون ها نور را پخش میکنند.

سوال ۱۰۲ گزینه ۴



شیب رشد امید به زندگی در مناطق کم برخوردار نسبت به مناطق برخوردار بیشتر است.



سوال ۱۰۳ گزینه ۴



گزینه ۱ نادرست است. زیرا HNO_3 اسید قوی و سه اسید دیگر ضعیف هستند.

گزینه ۲ نادرست است زیرا در شرایط یکسان شمار مولکول های اسید ضعیف بیشتر از اسیدی قوی است اما شمار یون ها

در محلول اسیدهای قوی بیشتر است.

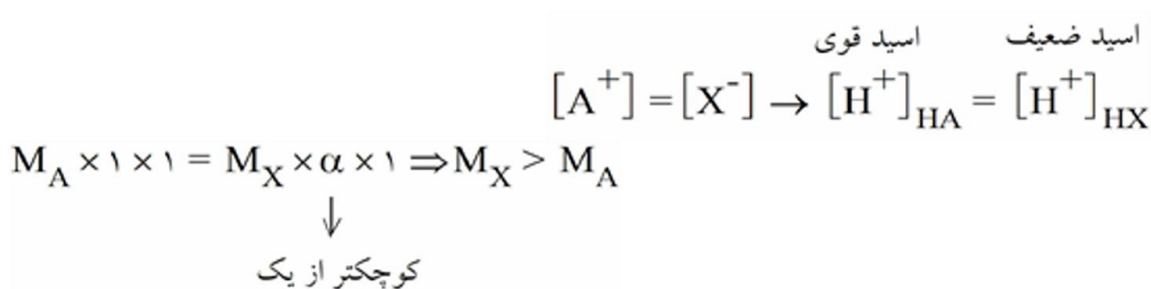
گزینه ۳ نادرست است زیرا ثابت یونش با تغییر غلظت تغییر نمیکند.

گزینه ۴ از درست است. هنگامی که دو اسید قوی و ضعیف حجم و pH برابر داشته باشد حجم گاز H_2 حاصل از واکنش فلز Mg با محلول اسید ضعیف بیشتر است زیرا غلظت این محلول بیشتر است.

سوال ۱۰۴ گزینه ۲



(۱) غلط - با مدل آرنیوس فقط میتوان اسید و باز را تشخیص داد اما نمیتوان قدرت اسیدی یا بازی را در دو اسید یا در دو باز مقایسه کرد.
(۴) غلط



(۳) غلط -

هر چه $\uparrow [OH^-] \leftarrow \uparrow pH$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} \text{جرم استیک اسید} = A \rightarrow [H^+]_1 = \frac{A}{6.} \times \alpha_1 \times 1 \\ \text{جرم فرمیک اسید} = 0.92A \rightarrow [H^+]_2 = \frac{0.92A}{26.} \times \alpha_2 \times 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{عددی بزرگتر از یک} \\ \uparrow \end{array} \\
 & \frac{[H^+]_1}{[H^+]_2} = \frac{\alpha_1}{1/2 \alpha_2} \Rightarrow [H^+]_2 = \frac{1/2 \alpha_2}{\alpha_2} [H^+]_1
 \end{aligned}$$

چون غلظت یون هیدرونیوم در محلول فرمیک اسید از استیک اسید بیشتر است و حجم دو محلول نیز یکسان است. پس مول و شمار یون ها در محلول فرمیک اسید بیشتر از استیک اسید است.

سوال ۱۰۵ گزینه ۱



ابتدا غلظت دو محلول را به دست می آوریم:

$$n_{HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{40 \text{ g HA}} \times \frac{1}{2 \text{ L}} = 0.01 \text{ mol. L}^{-1}$$

$$n_{HB} \times \frac{1 \text{ mol HB}}{72 \text{ g HB}} \times \frac{1}{2 \text{ L}} = 0.0125 \text{ mol. L}^{-1}$$

از آنجایی که pH دو محلول برابر است. پس اسید HA که غلظت کمتری دارد قوی تر است.

عبارت الف درست است. رسانایی دو محلول برابر است زیرا غلظت یونها یکسان است و به دلیل آنکه HA اسید قوی تر است K_a بزرگتری دارد.

عبارت ب نادرست است زیرا نسبت درجه یونش HB به HA برابر است با

$$\frac{\alpha_{HB}}{\alpha_{HA}} = \frac{M_{HA}}{M_{HB}} = \frac{0.01}{0.0125} = \frac{4}{5} = 0.8$$

عبارت پ درست است از آنجا که غلظت محلول HB بیشتر است حجم گاز H_2 تولید شده از واکنش منیزیم با این فلز بیشتر است.

عبارت ت نادرست است زیرا غلظت مولکول های یونیده نشده در محلول HB بیشتر است زیرا اسید ضعیف تری است.