



کیمیا را دنبال کنید

آموزشگاه کیمیا

دخت رانه | پس رانه



آزمون های جامع کیمیا

آزمون ۴ گزینه ای

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

پاسخنامه آزمون

۲۷ شهریور ماه

دوازدهم ریاضی

کیمیا

حسابان

سوال ۱ گزینه ۱



$$x + \frac{2}{x} = 5$$

طرفین را به توان ۳ می رسانیم :

$$x^3 + 3(x)\left(\frac{2}{x}\right) + 3(x)\left(\frac{2}{x}\right)^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^3 = 125$$

$$x^3 + 9x + \frac{27}{x} + \frac{27}{x^3} = 125 \Rightarrow x^3 + \frac{27}{x^3} + 9 \underbrace{\left(x + \frac{2}{x}\right)}_5 = 125 \Rightarrow x^3 + \frac{27}{x^3} = 80$$

سوال ۲ گزینه ۲



$$x = 7 - 2\sqrt{6} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{7 - 2\sqrt{6}} \times \frac{7 + 2\sqrt{6}}{7 + 2\sqrt{6}} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}$$

$$\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{6} + 2}{25}} + \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

سوال ۳ گزینه ۴



$$x(x+1) = 5 \Rightarrow x^2 + ?? = 5 \Rightarrow (x^2 + x)^2 = 25 \Rightarrow x^4 + x^2 + 2x^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^4 + x^2 = 25 - 2x^2 \xrightarrow{\div (25-2x^2)} \frac{x^2(x^2+1)}{25-2x^2} = 1$$

سوال ۴ گزینه ۱



$$\sqrt{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{48}} = \sqrt{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^2} = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{48}$$

$$A = \frac{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{2}$$

بامخرج مشترک گیری و اتحاد چاق و لاغر :

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + b^2 + ab)$$

یادآوری:

پاسخنامه آزمون جامع ۲۷ شهریور آموزشگاه کیمیا

آدرس: مطهری شمالی - کوچه ۱۵ زرگری - روبهرو مدرسه سادات رفیعی

سوال ۴ گزینه ۱



می دانیم که $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ است.

$$\frac{x^6 + 1}{x^5 - x^2 + x} = \frac{(x^2)^3 + 1^3}{x(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)}{x(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{x^2 + 1}{x} \xrightarrow{x = -\sqrt[3]{2}}$$

$$\frac{(-2\sqrt[3]{2})^2 + 1}{-2\sqrt[3]{2}} = \frac{4 + 1}{-2\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{-2\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{-5\sqrt[3]{2}}{2}$$

سوال ۵ گزینه ۲



$$\frac{x^6 + 1}{x^5 - x^2 + x} = \frac{(x^2)^3 + 1^3}{x(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)}{x(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{x^2 + 1}{x} \xrightarrow{x = -\sqrt[3]{2}}$$

$$\frac{(-2\sqrt[3]{2})^2 + 1}{-2\sqrt[3]{2}} = \frac{4 + 1}{-2\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{-2\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{-5\sqrt[3]{2}}{2}$$

سوال ۶ گزینه ۳



$$A = \sqrt{1 + \sqrt[3]{x}} \quad B = \sqrt[3]{1 + 2(x - \sqrt[3]{x})}$$

$$(AB)^3 = (1 + \sqrt[3]{x})(\sqrt{1 + 2x - 2\sqrt[3]{x}})$$

$$(AB)^3 = (1 + \sqrt[3]{x})\sqrt{(1 - \sqrt[3]{x})^3} = (1 + \sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{x} - 1)$$

$$= 2x - 1 = 2\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{2}\right) - 1 = \sqrt[3]{x} - 1$$

سوال ۷ گزینه ۲



$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{عبارت} = \frac{(2x - 3)^2}{2(2x - 3)^2} = \frac{2x - 3}{2} = \frac{3 + \sqrt{5} - 3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 0.5\sqrt{5}$$

سوال ۸ گزینه ۱



ابتدا دو طرف معادله داده شده را بر x^2 تقسیم می کنیم:

$$x^2 - 6 + \frac{3}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{x^2} = 6 \xrightarrow{\text{به توان } 2} x^4 + \frac{9}{x^2} + 6 = 36$$

$$x^4 + \frac{9}{x^2} = 30 \xrightarrow{\text{به توان } 2} x^8 + \frac{81}{x^4} + 18 = 900 \xrightarrow{+100} x^8 + \frac{81}{x^4} + 118 = 1000$$

$$\Rightarrow \frac{x^8 + 118x^4 + 81}{x^4} = 1000 \Rightarrow \frac{x^4}{x^8 + 118x^4 + 81} = 0.001$$

سوال ۹ گزینه ۳



برای تجزیه عبارت داده شده کافی است عبارت $4x^2$ را به آن اضافه و کم کنیم که داریم:

$$(x^4 + 4 + 4x^2) - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x)$$

سوال ۱۰ گزینه ۴



بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: هر عدد مثبت دارای دو ریشه زوج است که قرینه یکدیگرند. پس $a = -b$ و $a + b = 0$

گزینه «۲» و «۳»: اگر به عنوان مثال عدد x را $\frac{1}{6}$ فرض کنیم، داریم:

$$\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}, \sqrt[3]{16} \approx 0.4 \Rightarrow c = \sqrt{x}, b = \sqrt{x}$$

گزینه «۴»: اگر از اعداد بین صفر و یک جذر بگیریم بزرگتر می شوند ولی اگر از یک عددی مثل $\frac{1}{16}$ فرجه ۳ بگیریم می شود تقریباً 0.4 و اگر فرجه ۵ بگیریم می شود حدوداً 0.6 . پس گزینه «۴» نادرست است.

سوال ۱۱ گزینه ۱



اعداد بین صفر و یک هرچه فرجه بزرگتری داشته باشند، حاصل آنها نیز بزرگتر است.

سوال ۱۲ گزینه ۳



ابتدا معادله را می سازیم :

$$x^2 + 2x - 15 = 18x - 40 \Rightarrow x^2 - 16x + 25 = 0$$

جواب معادله در خود معادله صدق می کند. پس داریم:

$$a^2 - 16a + 25 = 0 \Rightarrow a^2 + 25 = 16a \Rightarrow a + \frac{25}{a} = 16 \quad (*)$$

حال طرفین تساوی $T = \sqrt{a} - \frac{5}{\sqrt{a}}$ را به توان ۲ می رسانیم:

$$T^2 = a + \frac{25}{a} - 10 \xrightarrow{(*)} T^2 = 16 - 10 = 6 \Rightarrow T = \sqrt{6}$$

a را جواب بزرگتر در نظر گرفته ایم. پس $T > 0$ است.

سوال ۱۳ گزینه ۴



هر کدام از عبارت ها را ساده می کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} A &= \frac{2}{\sqrt{\frac{3-2\sqrt{3}}{2}}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1) \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{2} \\ \frac{1}{A} &= \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{2} \Rightarrow \frac{1}{A} = \sqrt{6} - \sqrt{2} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \sqrt{A + \frac{1}{A} + 5} = \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{6} - \sqrt{2} + 5} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

سوال ۱۴ گزینه ۲



$$\frac{1}{2 + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}-2}{3}, \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{7}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{10}}{3}, \frac{1}{4 + \sqrt{13}} = \frac{4 - \sqrt{13}}{3}$$

$$A = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3}$$

پس حاصل برابر است با:

سوال ۱۵ گزینه ۲



با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$\left(x + \frac{1}{x} + \sqrt{2}\right)^2 \left(x + \frac{1}{x} - \sqrt{2}\right)^2 = \left(\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 2\right)^2$$

با جایگذاری x داریم :

$$= x^4 + \frac{1}{x^4} + 2$$

$$5 - 2\sqrt{6} + \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}} + 2 = 5 - 2\sqrt{6} + 5 + 2\sqrt{6} + 2 = 12$$

سوال ۱۶ گزینه ۱



$$125 \times 5^x = \frac{\sqrt{5}}{25} \Rightarrow 5^3 \times 5^x = \frac{5^{\frac{1}{2}}}{5^2} \Rightarrow 5^{3+x} = 5^{\frac{1}{2}-2} \Rightarrow 3+x = -1/5 \Rightarrow x = -4/5$$

سوال ۱۷ گزینه ۱



$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)$$

$$(a+b+c)^2 = (a^2 + c^2 + 2ac) + (b^2 + 2ab + 2bc) = 1 + 8 = 9$$

$$(a+b+c)^2 = 9 \Rightarrow a+b+c = \pm 3$$

سوال ۱۸ گزینه ۳



ابتدا هر دو عبارت را تجزیه می کنیم :

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2) \\ x^3 - x^2 - 4x + 4 = x^2(x-1) - 4(x-1) = (x-1)(x^2 - 4) \\ \quad = (x-1)(x-2)(x+2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ک.م.م}} (x-1)(x+1)(x-2)(x+2) = (x^2-1)(x^2-4) = x^4 - 5x^2 + 4$$

سوال ۱۹ گزینه ۳



$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \Rightarrow 49 = 21 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\Rightarrow ab+bc+ca = 14$$

سوال ۲۰ گزینه ۱



معادله داده شده را به صورت زیر می نویسیم:

$$49x^2 - 14x + 1 + 16x^2 + y^2 + 8xy = (7x - 1)^2 + (4x + y)^2 = 0$$

با توجه به اینکه هر دو عبارت نامنفی هستند و جمع آنها برابر صفر شده است، نتیجه می گیریم هر دو عبارت برابر با صفر هستند.

$$7x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{7}, 4x + y = 0 \Rightarrow \frac{4}{7} + y = 0 \Rightarrow y = -\frac{4}{7}$$

$$x - y = \frac{1}{7} - \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{5}{7} \approx 0.71$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.

سوال ۲۱ گزینه ۴



ابتدا ماتریس A^2 را به دست می آوریم .

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = A$$

پس:

$$\frac{\text{حاصل ضرب درایه ها } A}{\text{حاصل ضرب درایه های } A^2} = 1$$

سوال ۲۲ گزینه ۱



ابتدا ماتریس B^{-1} را به دست می آوریم.

$$B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2-3} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

اکنون طرفین تساوی داده شده را از سمت راست در B^{-1} ضرب می کنیم.

$${}^3I - {}^2A^{-1}B = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -12 & -11 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times B^{-1}} {}^3B^{-1} - {}^2A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -12 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow {}^3B^{-1} - {}^2A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -11 \\ -1 & 14 \end{bmatrix}$$

پس کوچکترین درایه های این ماتریس ۱۱- است.

سوال ۲۳ گزینه ۳



$$AB^{-1}A^{-1} = (ABA^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^4 = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$$

با ادامه این روند داریم:

$$AB^{-1}A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2^9 & 2^9 \\ 2^9 & 2^9 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های آن برابر است با:

$$4 \times 2^9 + 2^{11} = 2048$$

سوال ۲۴ گزینه ۲



بنابر فرض سوال داریم:

$$A - B + C = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 7 \\ 0 & -4 & -5 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|C| = 2(0) - 2(5) + 7(4) = 18$$

$$|{}^3C| + |-12C^{-1}| = {}^3|C| + (-12)^3 \times \frac{1}{|C|} = 486 - (+96) = 390$$

سوال ۲۵ گزینه ۱



ابتدا ماتریس D را پیدا می کنیم. بنابر فرض سوال می نویسیم:

$$D = B \times C \times A = B \times A \times B \times A = (BA)^2 \quad (۱)$$

اکنون ماتریس AB را به دست می آوریم.

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |BA| = 1$$

بنابراین:

$$(۱) \Rightarrow |D| = |(BA)^2| = |BA|^2 = 1^2 = 1$$

سوال ۲۶ گزینه ۴



دترمینان ماتریس های A و B برابرند با:

$$|A| = (-2)(-3)(-1) = -6, |B| = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)(-5) = -\frac{5}{6}$$

$$|(AB)^2| = |AB|^2 = (|A||B|)^2 = \left(-6 \times -\frac{5}{6}\right)^2 = 5^2 = 25$$

سوال ۲۷ گزینه ۳



بررسی گزینه ها:

(۱) درست

$$|BA - I| = |BA - BB^{-1}| = |B| |A - B^{-1}| = |A - B^{-1}| |B| = |AB - I|$$

(۲) درست

$$|ABA^{-1} - 2I| = |ABA^{-1} - 2AA^{-1}| = |A| |B - 2I| |A^{-1}| = |B - 2I|$$

(۳) نادرست؛ برای ماتریس های مربعی A و B از مرتبه ۳ داریم:

$$|A - B| = |-(B - A)| = (-1)^3 |B - A| = -|B - A|$$

(۴) درست

$$|(A^{-1}BA)^2| = |A^{-1}B^2A| = |A^{-1}| |B|^2 |A| = |B|^2$$

سوال ۲۸ گزینه ۴



با استفاده از دستور ساروس داریم:

$$\begin{vmatrix} 0 & x & \text{Log } x \\ -x & 0 & x^2 - 1 \\ -\text{Log } x & 1 - x^2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & x \\ -x & 0 \end{vmatrix} - \text{Log } x \begin{vmatrix} 1 & -x^2 \end{vmatrix} - x \begin{vmatrix} 1 & -x^2 \end{vmatrix} = (0 - x(x^2 - 1))\text{Log } x - x(1 - x^2)\text{Log } x - (0 + 0 + 0) = 0$$

قرینه

دترمینان فوق همواره به ازای $x > 0$ (دامنه تعریف لگاریتم) برابر صفر است؛ پس معادله بیشمار جواب دارد.

سوال ۲۹ گزینه ۳



d و d' دو خط موازی با شیب های مثبت هستند که فقط یکی از آنها از مبدا عبور می کند. لذا در معادله ماتریسی متناظر، دترمینان ماتریس ضرایب بایستی صفر بوده و فقط یکی از درایه های ماتریس مقادیر معلوم نیز صفر می باشد. پس گزینه های ۱ و ۴ حذف می شوند. همچنین در گزینه ۲ شیب هر دو خط منفی است. (درایه های سطرها هم علامت اند)

سوال ۳۰ گزینه ۲



طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} &= I - 2X \\ \Rightarrow \left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + 2I \right) X &= I - \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

حال باید وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ را از سمت چپ در طرفین ضرب کنیم:

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -8 & 20 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های X برابر ۸ است.

سوال ۳۱ گزینه ۱



از سمت چپ، ماتریس A^{-1} و از سمت راست، ماتریس A را در عبارت فرض سوال ضرب می کنیم:

$$A^{-1}(A + A^{-1})A = A^{-1}(ABA^{-1})A \Rightarrow (I + (A^{-1})^2)A = IBI \Rightarrow A + A^{-1} = B$$

سوال ۳۲ گزینه ۱



ابتدا ماتریس A را طبق فرض پیدا می کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

سپس براساس قوانین ضرب ماتریس ها، ماتریس A^3 را می یابیم:

$$\begin{aligned} A^3 &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 5 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 13 & -19 & -27 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین مجموع درایه های زیر قطر اصلی برابر است با:

$$0 + 13 - 19 = -6$$

سوال ۳۳ گزینه ۲



$$\begin{aligned} &\begin{cases} (BA^{-1})^{-1} = (A^{-1})^{-1}B^{-1} = AB^{-1} \\ (B^{-1}A)^{-1} = A^{-1}(B^{-1})^{-1} = A^{-1}B \end{cases} \\ \Rightarrow X &= \underbrace{(AB^{-1})(A+B)(A^{-1}B)}_{AB^{-1}A + AB^{-1}B} = (AB^{-1}A + A)(A^{-1}B) \\ &= \underbrace{AB^{-1}AA^{-1}B}_{I} + \underbrace{AA^{-1}B}_{I} = \underbrace{AB^{-1}B}_{I} + B = A + B \end{aligned}$$

سوال ۳۴ گزینه ۱



ابتدا از طرفین ماتریس A دترمینان می گیریم.

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ |A| & 2 & m \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{سطر اول}} |A| = -1(-2 + m) + 1(-|A| - 4) \Rightarrow |A| = 2 - m - |A| - 4$$

$$\Rightarrow 2|A| = -m - 2 \Rightarrow |A| = \frac{-m - 2}{2} = -\frac{m}{2} - 1$$

می دانیم که اگر عدد از دترمینان بیرون بیاید به توان مرتبه ماتریس می رسد. پس:

$$\underbrace{|(|A| + 1)A^3|}_{\text{عدد}} = 8 \Rightarrow (|A| + 1)^3 |A|^3 = \left(-\frac{m}{2} - 1\right)^3 \left(-\frac{m}{2} - 1\right)^3 = 8$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{m}{2}\right)^3 \left(-\frac{m}{2} - 1\right)^3 = 2^3 \Rightarrow \left[\frac{m}{2} \left(\frac{m}{2} + 1\right)\right]^3 = 2^3 \Rightarrow \frac{m}{2} \left(\frac{m}{2} + 1\right) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{4} + \frac{m}{2} = 2 \xrightarrow{\times 4} m^2 + 2m - 8 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع}} -2$$

سوال ۳۵ گزینه ۲



از طرفین تساوی داده شده دترمینان می گیریم.

$$AB^{-1}C = -4I \Rightarrow |AB^{-1}C| = |-4I| \Rightarrow |A| |B^{-1}| |C| = (-4)^3 |I|$$

$$\Rightarrow |A| \times \frac{1}{|B|} \times |C| = -64 \quad (1)$$

از طرف دیگر:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{بر حسب سطر سوم}]{\text{دترمینان می گیریم}} |A| = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-1)^6 \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{بر حسب ستون دوم}]{\text{دترمینان می گیریم}} |B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

بنابراین:

$$1 \times \frac{1}{4} \times |C| = -64 \Rightarrow |C| = -128$$

سوال ۳۶ گزینه ۴



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \xrightarrow{b_{ij} = 3(i+j-2)a_{ij}} B = \begin{bmatrix} a_{11} & 3a_{12} & 9a_{13} \\ 3a_{21} & 9a_{22} & 27a_{23} \\ 9a_{31} & 27a_{32} & 81a_{33} \end{bmatrix}$$

در محاسبه دترمینان B از سطرهای دوم و سوم و همچنین ستون های دوم و سوم به ترتیب از ۳ و ۹ می توانیم فاکتور بگیریم.

$$|B| = \begin{vmatrix} a_{11} & 3a_{12} & 9a_{13} \\ 3a_{21} & 9a_{22} & 27a_{23} \\ 9a_{31} & 27a_{32} & 81a_{33} \end{vmatrix} \Rightarrow |B| = (3)(9)(3)(9) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 81 = (3)(9)(3)(9) |A| \Rightarrow |A| = \frac{1}{9}$$

سوال ۳۷ گزینه ۳



$$\begin{aligned}
 |A| &= (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 \\
 &= \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_{=1} + 2 \sin \alpha \cos \alpha - \underbrace{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha)}_{=1} \\
 \Rightarrow |A| &= 4 \sin \alpha \cos \alpha = 2(2 \sin \alpha \cos \alpha) = 2 \sin 2\alpha \quad (1)
 \end{aligned}$$

حال با توجه به مقدار $|A|$ ، ماتریس B را بازنویسی می‌کنیم و دترمینان آن را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 B &= \begin{bmatrix} \frac{2 \sin 2\alpha}{2} & \frac{2 \sin 2\alpha}{2} \times \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \\ 2 \sin 2\alpha \times \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} & 2 \sin 2\alpha \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \\ 2 \cos 2\alpha & 2 \sin 2\alpha \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 2 \sin^2 2\alpha - 2 \cos^2 2\alpha
 \end{aligned}$$

می‌دانیم: $\cos^2 \theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ ، پس:

$$|B| = -2(\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha) = -2 \cos 4\alpha \quad (2) \xrightarrow{(1), (2)} \frac{|A|}{|B|} = \frac{2 \sin 2\alpha}{-2 \cos 4\alpha} = -\frac{\sin 2\alpha}{\cos 4\alpha}$$

می‌توانستیم به جای a یک مثال عددی در ناحیه اول بزنیم و حل کنیم.

سوال ۳۸ گزینه ۳



ابتدا از طرفین رابطه داده شده دترمینان می‌گیریم تا مقدار $|A|$ را به دست آوریم.

$$\begin{aligned}
 |A^{-1}| &= \left| \begin{bmatrix} |A| & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right| \Rightarrow \frac{1}{|A|} = 3|A| - 2 \xrightarrow{\times |A|} 3|A|^2 - 2|A| - 1 = 0 \xrightarrow{\text{صفر = مجموع ضرایب}} \\
 \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{1}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

حال هر یک از مقادیر به دست آمده را در ماتریس A^{-1} جای گذاری کرده و وارون آن یعنی ماتریس A را پیدا می‌کنیم.

$$(۱): |A| = ۱ \Rightarrow A^{-۱} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{وارون}} A = \frac{۱}{۱} \begin{bmatrix} ۳ & -۱ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & -۱ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = ۱$$

$$(۲): |A| = -\frac{۱}{۳} \Rightarrow A^{-۱} = \begin{bmatrix} -\frac{۱}{۳} & ۱ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{وارون}} A = \frac{۱}{-\frac{۱}{۳}} \begin{bmatrix} ۳ & -۱ \\ -۲ & -\frac{۱}{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & \frac{۱}{۳} \\ \frac{۲}{۳} & \frac{۱}{۹} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = \frac{۱}{۹}$$

بنابراین اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار ممکن برای مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:

$$۱ - \frac{۱}{۹} = \frac{۸}{۹}$$

سوال ۳۹ گزینه ۳



$$[-۱ \ ۲ \ ۱]_{۱ \times ۳} \begin{bmatrix} x & ۲ & ۱ \\ ۱-x & ۰ \\ -۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}_{۳ \times ۳} = [-x+۱ \ -۲x-۱ \ ۰]$$

$$\Rightarrow [-x+۱ \ -۲x-۱ \ ۰] \begin{bmatrix} x \\ ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = -x^2 + x - 4x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = -۱ \\ \beta = -۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = ۲/۵$$

سوال ۴۰ گزینه ۳



$${}^۷A = \begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۲ & ۶ \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{۱}{۷} \begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۲ & ۶ \end{bmatrix}$$

$$A^۷ = A \times A = \frac{۱}{۷} \begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۲ & ۶ \end{bmatrix} \times \frac{۱}{۷} \begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۲ & ۶ \end{bmatrix} = \frac{۱}{۴۹} \begin{bmatrix} ۷ & ۲۱ \\ ۱۴ & ۴۲ \end{bmatrix} = \frac{۱}{۷} \begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۲ & ۶ \end{bmatrix} = A$$

$$A^۷ = A \xrightarrow{\times A} A^۳ = A^۷ = A \xrightarrow{\times A} A^۶ = A^۷ = A \rightarrow \dots \Rightarrow A^n = A$$

$$A + A^۷ + \dots + A^۷ = A + A + \dots + A = {}^۷A = \begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۲ & ۶ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = ۱ + ۳ + ۲ + ۶ = ۱۲$$

فیزیک

سوال ۴۱ گزینه ۱



با استفاده از قانون دوم نیوتون ($F = ma$) برای هر حالت مینویسیم

$$F = m_1 a_1 = 12 m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{F}{12}$$

$$F = m_2 a_2 = 4 m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{F}{4}$$

$$F = (m_2 - m_1) a_3 \Rightarrow a_3 = \frac{F}{\frac{F}{4} - \frac{F}{12}} = 6 \text{ m/s}^2$$

سوال ۴۲ گزینه ۳



چون کشتی با سرعت ثابت و در راستای افقی در حال حرکت است لذا شتاب آن صفر است. همچنین کشتی در راستای قائم حرکت نمیکند بنابراین شتاب آن در راستای قائم نیز صفر است. بنابراین با توجه به قانون اول نیوتون کشتی در حال تعادل است و در نتیجه

$$F_1 = F_2, F_3 = F_4$$

سوال ۴۳ گزینه ۴



به بررسی هر یک از گزینه ها می پردازیم

- (۱) نادرست جهت حرکت متحرک میتواند هر زاویه ای با جهت نیروی خالص وارد بر آن داشته باشد.
- (۲) نادرست؛ چون بردار سرعت متحرک الزاماً در حرکت روی مسیر منحنی تغییر میکند حرکت در این مسیر حتماً شتابدار است. طبق قانون دوم نیوتون بردار نیروی خالص وارد بر جسم مخالف صفر است.
- (۳) نادرست مسیر حرکت جسمی که با شتاب ثابت حرکت میکند میتواند غیر خط راست باشد. به عنوان مثال حرکت جسمی با زاویه α نسبت به سطح افقی در شرایط خلا یک حرکت شتابدار با شتاب ثابت ولی در مسیر منحنی است. شتاب این جسم برابر شتاب گرانش است.
- (۴) درست جهت حرکت جسمی از حال سکون شروع به حرکت میکند با جهت نیروی برآیند یا همان شتاب در لحظه شروع حرکت یکسان است.

سوال ۴۴ گزینه ۳



چون با وارد شدن سه نیرو جسم ساکن است پس برآیند سه نیرو برابر صفر است.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_2 \\ \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_1 \end{cases}$$

با حذف نیروی $\vec{F}_2$ دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_3$ به جسم وارد میشوند و شتاب جسم $\vec{a}_1 = +2\vec{i}$ شده است. پس:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = m\vec{a}_1 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = 4(+2)\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = +8\vec{i}$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_2} -\vec{F}_2 = 8\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_2 = -8\vec{i}$$

با حذف نیروی $\vec{F}_1$ دو بردار $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ به جسم وارد میشوند و شتاب جسم $\vec{a}_2 = -2/5\vec{i}$ شده است. پس:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}_2 \Rightarrow -\vec{F}_1 = m\vec{a}_2$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 = -m\vec{a}_2 = -4 \times (-2/5)\vec{j} = +1.6\vec{j}$$

حالا بردار $\vec{F}_3$ را حساب می کنیم.

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -1.6\vec{j} + 8\vec{i}$$

حالا دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به جسم وارد شده اند و شتاب جسم خواسته شده است. بنابراین

$$\frac{\vec{F}_1}{5} + \frac{\vec{F}_2}{4} = m\vec{a} \Rightarrow \frac{1.6\vec{j}}{5} + \frac{-1.6\vec{j} + 8\vec{i}}{4} = 4\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{i} - \frac{3}{4}\vec{j}$$

سوال ۴۵ گزینه ۴



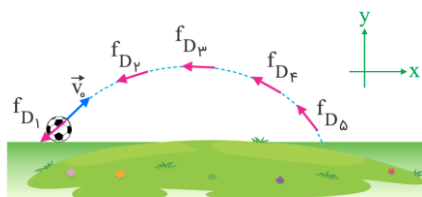
نیروی T_1 نیرویی است که از طرف نخ بر گلوله اثر کرده است. در این صورت واکنش آن از طرف گلوله بر نخ اثر میکند. نیروی T_2 نیرویی است که از طرف نخ بر سقف وارد میشود. در این صورت واکنش آن از طرف سقف بر نخ رو به بالا اثر میکند.

از طرفی باید توجه داشت که نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم اثر میکنند. در این صورت نیروهای T_1 و T_2 نمیتوانند کنش و واکنش هم باشند.

سوال ۴۶ گزینه ۴



مسیر حرکت گلوله به صورت شکل زیر است. چون بردار سرعت در هر لحظه بر مسیر مماس است و بردار نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت بردار سرعت است بردار نیروی مقاومت هوا در لحظات مختلف به صورت شکل زیر است.

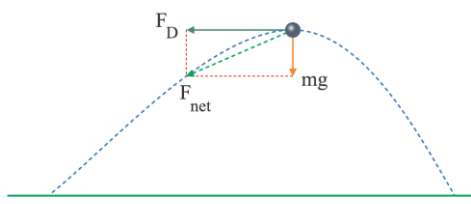


با توجه به شکل زاویه بین f_D و جهت مثبت محور Y با گذشت زمان کاهش می یابد.

سوال ۴۷ گزینه ۲



در نقطه اوج به گلوله دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد میشود برآیند این نیروها F_{net} است.



$$F_{net} = ma = 5 \times 10^{-3} \times 26 = 13 \times 10^{-2} \text{ N}$$

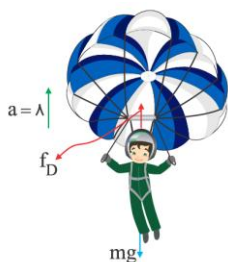
$$mg = 5 \times 10^{-3} \times 10 = 5 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_D = \sqrt{F_{net}^2 - mg^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} \times 10^{-2} = 12 \times 10^{-2} \text{ N}$$

سوال ۴۸ گزینه ۲



ابتدا نیروهای وارد بر چتر باز را ترسیم و سپس به کمک قانون دوم نیوتون نیروی مقاومت هوا را محاسبه میکنیم جهت مثبت را رو به بالا فرض کنید.



$$+ \uparrow F_{net} = ma$$

$$\Leftarrow f_D - mg = ma \Rightarrow f_D - 70 \times 10 = 70 \times 8 \Rightarrow f_D = 1260 \text{ N}$$

چون سرعت رو به پایین و شتاب رو به بالا است. پس حرکت کند شونده است پس رفته رفته سرعت چتر باز و در نتیجه نیروی مقاومت هوا کاهش می یابد و ممکن است به تندی حدی رسیده و ثابت نماند.

سوال ۴۹ گزینه ۴



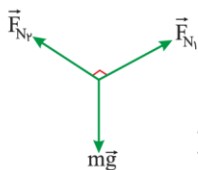
نیروی که زمین به شخص وارد میکند نیروی وزن شخص است و این نیرو در حالت‌های مختلف یکسان است پس نسبت نیرو در حالت دوم به نیروی وزن در حالت اول برابر یک است. دقت کنید که با نیروی عمودی سطح، اشتباه گرفته نشود.

سوال ۵۰ گزینه ۴



نیروهای وارد بر کره مطابق شکل است.

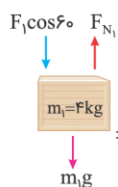
برای تعادل داشتن کرد برآیند دو نیروی $\vec{F}_{N_1}$ و $\vec{F}_{N_2}$ باید نیروی وزن کره را خنثی کند.



$$F_{N_1, N_2} = \sqrt{F_{N_1}^2 + F_{N_2}^2} = mg$$

$$\Rightarrow \sqrt{500^2 + F_{N_2}^2} = 1300 \Rightarrow F_{N_2} = 1200 \text{ N}$$

سوال ۵۱ گزینه ۴



$$\Rightarrow F_{N_1} = m_1 g + F_1 \cos 60^\circ = 4 \times 10 + 20 \times \frac{1}{2} = 50 \text{ N}$$

$$F_2 \cos 60^\circ + F_{N_2} + F_1 \cos 60^\circ = m_2 g \Rightarrow F_{N_2} = 3 \times 10 - 40 \times \frac{1}{2} = 30 - 20 = 10 \text{ N}$$

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{50}{10} = 5$$

سوال ۵۲ گزینه ۱



با توجه به شکل دو نیروی $\vec{F}_N$ و $m\vec{g}$ به گلوله وارد میشوند. طبق قانون دوم نیوتون داریم

$$\vec{F}_N + m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_N - m \times 10\vec{j} = m(\lambda\vec{i} - 4\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_N = \lambda m\vec{i} + 6m\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_N| = \sqrt{(\lambda m)^2 + (6m)^2} = 10m$$

حالا نسبت خواسته شده را به دست می آوریم

$$\frac{F_N}{mg} = \frac{10m}{10m} = 1$$

سوال ۵۳ گزینه ۲



برای آن که جسم در آستانه حرکت قرار بگیرد بزرگی نیروی F_1 باید کم شود. چون $F_N = F_1$ است. پس اندازه F_N نیز کم میشود (گزینه های ۳ و ۴ نادرست اند) چون جسم همواره ساکن است. پس $f_s = mg$ است و f_s یک مقداری ثابت دارد. بنابراین گزینه ۲ پاسخ درست است.

سوال ۵۴ گزینه ۳



ابتدا لحظه شروع حرکت را به دست می آوریم.

$$f_{s,max} = F \Rightarrow \mu_s mg = F \Rightarrow F = 50(N)$$

پس در آستانه حرکت $F = 50(N)$ است.

$$F - f_k = ma$$

$$F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 50 - 0/4 \times 100 = 10a$$

$$50 - 40 = 10a \Rightarrow a = 1 m/s^2$$

سوال ۵۵ گزینه ۱

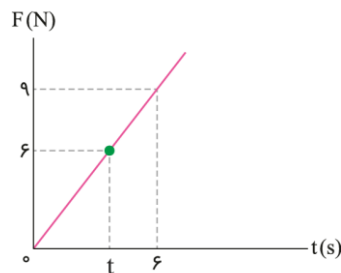


برای تعیین نمودار نیروی اصطکاک بر حسب زمان باید مراحل زیر را طی کنیم

$$mg = 30N, F_N = mg = 30N, f_{s,max} = \mu_s F_N = 6N$$

$$\mu_s = \mu_k \Rightarrow f_k = 6N$$

از روی نمودار باید زمانی که نیرو برابر $6N$ میشود را بدست آوریم



$$\frac{9}{6} = \frac{6}{t} \Rightarrow t = 4$$

تا زمان $t = 4s$ که نیروی اعمالی $6N$ میشود جسم در آستانه حرکت قرار دارد و بعد از آن حرکت میکند تا زمانی که جسم در حال سکون است. نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) دقیقاً برابر با نیروی اعمالی (F) است تا جسم در حال سکون باشد. بنابراین در این بازه نیروی اصطکاک به صورت خطی از ۰ تا $6N$ افزایش می یابد. پس از شروع حرکت نیروی اصطکاک به نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) تبدیل میشود که مقدار آن ثابت و برابر با $6N$ است.

سوال ۵۶ گزینه ۲



حداقل نیرو برابر است با $f_{s,max}$ پس

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.5 \times 5 \times 10 = 25 N$$

برای اینکه جسم متوقف نشود و چون حداکثر نیرو مدنظر است پس باید محموله با سرعت ثابت حرکت کند پس

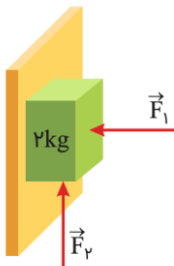
$$F - f_k = ma = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow F = \mu_k (m + m')g$$

$$\Rightarrow 25 = 0.4(5 + m')10 \Rightarrow m' = 1/25 \text{ kg}$$

سوال ۵۷ گزینه ۱



قبل از این که نیروی F_2 وارد شود، نیروی وزن $W = mg = 20N$ و به سمت پایین است. چون جسم ساکن است اصطکاک برابر نیروی وزن یعنی $20N$ است. هنگامی که نیروی $F_2 = 40N$ به جسم وارد میشود $20N$ آن توسط نیروی وزن خنثی میشود و $20N$ باقی مانده نمیتواند باعث حرکت جسم شود چون نیروی اصطکاک ماکزیمم $20N$ است.

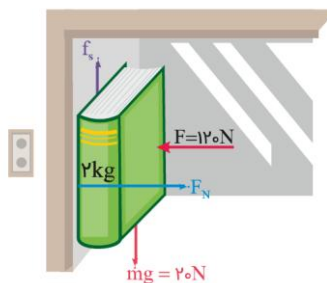


سوال ۵۸ گزینه ۲



نیروهای وارد بر کتاب را رسم میکنیم.

بیشترین شتاب بالاسوی آسانسور برای اینکه کتاب شر نخورد هنگامی است که کتاب در آستانه سر خوردن به سمت پایین نسبت به دیواره آسانسور است. بنابراین در این حالت داریم

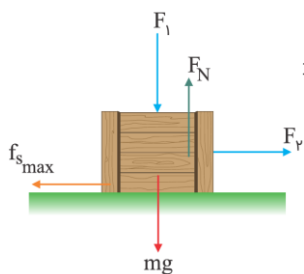


$$\begin{cases} a_x = 0 \Rightarrow F_N = F = 120 \text{ N} \\ f_{s,\max} - mg = ma \Rightarrow \mu_s F_N - mg = ma \\ \Rightarrow 0.2 \times 120 - 20 = 2 \times a \\ \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

سوال ۵۹ گزینه ۲



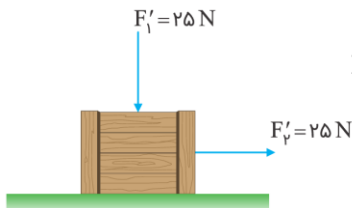
دقت کنید که شرط شروع به حرکت جسم آن است که باشد. $F_2 > f_{s,\max}$ در حالت نخست که جسم در آستانه حرکت است داریم



$$f_{s\max} = F_v \Rightarrow \mu_s(F_1 + mg) = F_v$$

$$\Rightarrow 0.4(50 + mg) = 50 \Rightarrow mg = 75 \text{ N} \Rightarrow m = 7.5 \text{ kg}$$

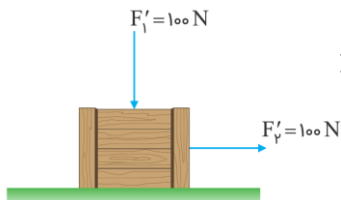
بررسی عبارت (الف):



$$F'_N = mg + F'_1 = 75 + 25 = 100 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_{s\max} = \mu_s F'_N = 0.4 \times 100 = 40 \text{ N} > F'_v \Rightarrow \text{پس جسم حرکت نمی‌کند}$$

بررسی عبارت (ب)



$$F'_N = mg + F'_1 = 75 + 100 = 175 \text{ N}$$

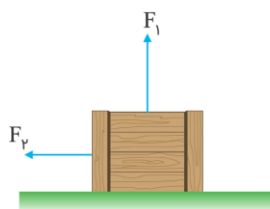
$$\Rightarrow f_{s\max} = \mu_s F'_N = 0.4 \times 175 = 70 < F'_v \Rightarrow \text{پس جسم حرکت می‌کند}$$

بررسی عبارت (پ)

$$\mu'_s = \frac{\mu_s}{2} = 0.2 \quad F'_N = 50 + 75 = 125 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_{s\max} = \mu'_s F'_N = 0.2 \times 125 = 25 \text{ N} < F_v \Rightarrow \text{جسم حرکت می‌کند}$$

بررسی عبارت (ت)



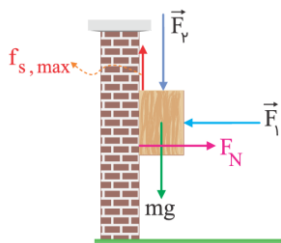
$$F'_N = mg - F_1 = 75 - 50 = 25 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_{s\max} = 0.4 \times 25 = 10 \text{ N} < F_v \Rightarrow \text{جسم حرکت می‌کند}$$

سوال ۶۰ گزینه ۱



با توجه به این که جسم در آستانه لغزش است. میتوان نوشت:



پاسخنامه آزمون جامع ۲۷ شهریور آموزشگاه کیمیا

آدرس: مطهری شمالی - کوچه ۱۵ زرگری - روبه‌رو مدرسه سادات رفیعی

$$f_{s,max} = F_y + mg = 3/5 + 2/5 = 6 \text{ N}$$

نیروی که دیوار به جسم وارد میکند طبق فرض سؤال برابر 10 N است. این نیرو برآیند F_N و $f_{s,max}$ است. بنابراین میتوان نوشت:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} \Rightarrow 10 = \sqrt{F_N^2 + 6^2} \Rightarrow F_N = 8 \text{ N}$$

حالا می توانیم μ_s را پیدا کنیم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow 6 = \mu_s \times 8 \Rightarrow \mu_s = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

سوال ۶۱ گزینه ۲



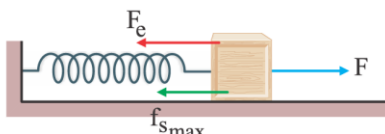
رابطه $F = kx$ را برای هر دو حالت مینویسیم طول اولیه فنر را l_0 در نظر میگیریم

$$\begin{cases} F_1 = kx_1 \\ F_2 = kx_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20 = k(30 - l_0) \\ 30 = k(35 - l_0) \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{30 - l_0}{35 - l_0} \Rightarrow l_0 = 20 \text{ cm}$$

سوال ۶۲ گزینه ۲



دقت کنید که ذکر شده که جسم ساکن و در آستانه حرکت به طرف راست است در این حالت مطابق شکل زیر میتوان نوشت



$$F = f_{s,max} + F_e = \mu_s F_N + kx$$

$$F = 0/4 \times 20 + 4 \times 5 = 28 \text{ N}$$

سوال ۶۳ گزینه ۴



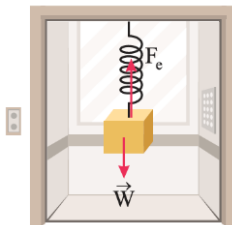
$$k\Delta x = m_2 g - m_1 g \Rightarrow k(13 - 12) = (5 - 4) \times 10$$

$$\Rightarrow k = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

سوال ۶۴ گزینه ۳



نیروهای وارد بر جسم را رسم میکنیم طبق قانون دوم نیوتن در راستای قائم داریم



$$\begin{aligned} F_{\text{net}, y} = ma &\Rightarrow F_e - W = ma \Rightarrow F_e - 3 \times 10 = -3 \times 2 \\ \Rightarrow F_e = 24 \text{ N} &\Rightarrow k \Delta x = 24 \Rightarrow 400(x_2 - 0.42) = 24 \\ \Rightarrow x_2 = \frac{24}{400} + 0.42 &= 0.48 \text{ m} \Rightarrow x_2 = 48 \text{ cm} \end{aligned}$$

سوال ۶۵ گزینه ۴

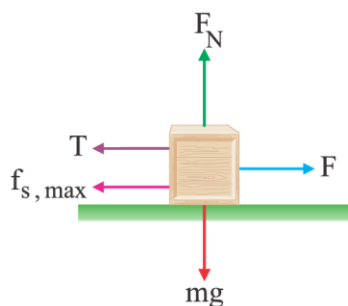


- (۱) نادرست است زیرا نیروهای عمل و عکس العمل به یک جسم وارد نمی شود.
- (۲) نادرست است واکنش نیروی کشش نخ به نخ وارد میشود.
- (۳) نادرست است واکنش نیروی وزن به زمین وارد میشود.
- (۴) درست است چون نیروی F توسط شخص به جسم وارد شده واکنش آن به شخص وارد میشود.

سوال ۶۶ گزینه ۳



با اعمال نیروی F جسم در آستانه حرکت قرار گرفته و کشش نخ $T = 30 \text{ N}$ است.

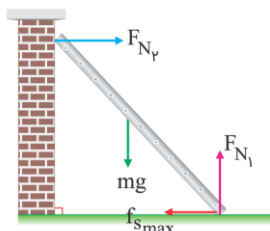


$$\begin{aligned} f_{s, \max} &= \mu_s mg = 0.8 \times 50 = 40 \text{ (N)} \\ F &= T + f_{s, \max} = 40 + 30 = 70 \text{ (N)} \\ F &= k \Delta x \Rightarrow 70 = k \times \frac{50}{100} \Rightarrow k = 70 \times 2 = 1400 \text{ N/m} \end{aligned}$$

سوال ۶۷ گزینه ۳



ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم میکنیم چون نردبان در آستانه سر خوردن است. نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر آن از طرف سطح نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است. چون شتاب نردبان صفر است. برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. پس



$$\begin{cases} F_{N_1} = mg \\ F_{N_2} = f_{s,max} = \mu_s F_{N_1} = \mu_s mg \end{cases}$$

اندازه نیرویی که سطح افقی و سطح قائم به نردبان وارد میکند را به دست می آوریم

$$\begin{cases} R_{افقی} = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{F_{N_1}^2 + \mu_s^2 F_{N_1}^2} = F_{N_1} \sqrt{1 + \mu_s^2} \\ R_{قائم} = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_{s,max}^2} = F_{N_2} = \mu_s F_{N_1} \end{cases}$$

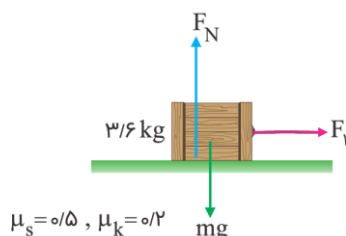
حالا نسبت دو مقدار را برابر $\sqrt{5}$ قرار می دهیم.

$$\frac{R_{افقی}}{R_{قائم}} = \frac{F_{N_1} \sqrt{1 + \mu_s^2}}{\mu_s F_{N_1}} = \frac{\sqrt{1 + \mu_s^2}}{\mu_s} = \sqrt{5} \Rightarrow \mu_s = 0.5$$

سوال ۶۸ گزینه ۴



ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم میکنیم.



$$\begin{aligned} \mu_s &= 0.5, \mu_k = 0.2 \\ F_N &= mg = 36 \text{ N} \\ f_{s,max} &= \mu_s F_N = 0.5 \times 36 = 18 \text{ N} \end{aligned}$$

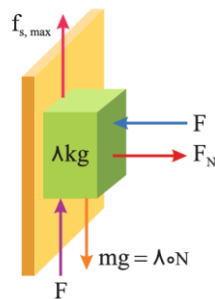
چون نیروی F_1 کمتر از $f_{s,max}$ است جسم حرکت نمیکند و اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم $f_s = 12 \text{ N}$ است. اندازه نیروی سطح به جسم برابر است با :

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{36^2 + 12^2} = 12\sqrt{10} \text{ N}$$

سوال ۶۹ گزینه ۲



در ابتدا نیروهای وارد بر جسم قبل از تغییر بزرگی نیروهای F را حساب میکنیم چون جسم در آستانه حرکت به سمت پایین است به جسم نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به سمت بالا وارد می شود.



$$F_N = F$$

$$F + f_{s,max} = mg \Rightarrow F + \mu_s F = 10$$

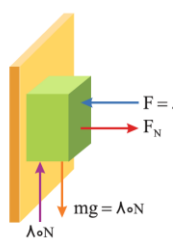
$$\Rightarrow 1/6 F = 10 \Rightarrow F_N = 50 \text{ N}, f_{s,m} = 5/6 \times 50 = 30 \text{ N}$$

در این حالت R'_1 (نیروی جسم به سطح) برابر است با

$$R'_1 = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{50^2 + 30^2} = 10\sqrt{34}$$

پس از افزایش نیروهای وارد بر جسم بزرگی نیروهای وارد بر جسم را تعیین میکنیم. چون $F = mg$ است پس جسم ساکن است و نیروی اصطکاک به جسم وارد نمی شود.

پس نسبت خواسته شده برابر است با



$$\frac{R'_2}{R'_1} = \frac{10}{10\sqrt{34}} = \frac{1\sqrt{34}}{34} = \frac{4\sqrt{34}}{17}$$

سوال ۷۰ گزینه ۱



از قانون دوم نیوتن استفاده میکنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = 5(10 + 2) = 60 \text{ N}$$

سوال ۷۱ گزینه ۱

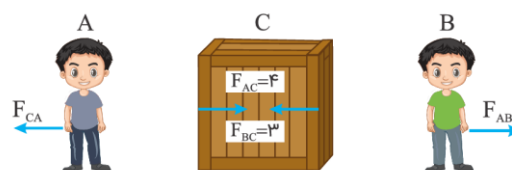


اگر نیروی افقی وارد بر جسم و همچنین نیروی اصطکاک دو برابر شود. (با در نظر گرفتن اینکه جرم جسم ثابت بماند) شتاب نیز دو برابر خواهد شد. حال اگر نیروی افقی دو برابر شود و اصطکاک ثابت بماند میتوان نتیجه گرفت که شتاب جسم بیش از دو برابر خواهد شد.

سوال ۷۲ گزینه ۳



نیروی اصطکاک خلاف جهت حرکت احتمالی یک جسم ساکن وارد میشود. جهت حرکت احتمالی همان جهت برآیند نیروی وارد بر جسم بدون در نظر گرفتن نیروی اصطکاک است.



شخص A	جسم C	شخص B	
←	→	→	جهت نیروی خالص بدون لحاظ کردن اصطکاک:
→	←	←	جهت نیروی اصطکاک:

سوال ۷۳ گزینه ۱



گام اول

الف) فنری با ثابت

$$k = 50 \text{ N/m} \leftarrow 50 \text{ N/m}$$

ب) به وزنه ای به جرم 5 kg بسته ایم

$$m = 5 \text{ kg} \leftarrow$$

ج) آن را با سرعت ثابت روی سطح افقی میکشیم

$$a = 0 \leftarrow$$

د) ۱۰ سانتی متر افزایش طول پیدا کند

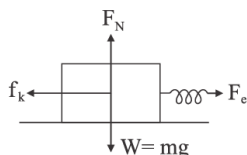
$$x = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m} \leftarrow$$

ه) ضریب اصطکاک جنبشی چقدر است؟

$$\mu_k = ? \leftarrow$$

گام دوم

برای به دست آوردن μ_k باید F_N و f_k را به دست بیاوریم قانون دوم نیوتون را در راستای افقی و قائم نوشته و در نهایت ضریب اصطکاک جنبشی را محاسبه میکنیم



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k \quad (*)$$

$$\begin{cases} f_k = \mu_k \cdot F_N \\ F_e = k \cdot x \end{cases} \xrightarrow{(*)} kx = \mu_k \cdot F_N \Rightarrow 50 \times 0.1 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

سوال ۷۴ گزینه ۱



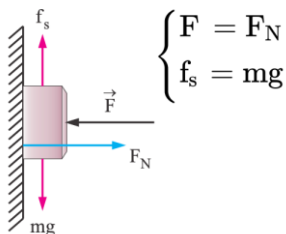
نیروسنج همان نیروی کشسانی فنر متصل به سقف آسانسور (نیروی کشش نخ متصل به سقف آسانسور) را نشان میدهد. چون آسانسور رو به پایین در حرکت است. خواهیم داشت.

$$mg - F_e = ma \xrightarrow{a=g} mg - F_e = mg \Rightarrow F_e = 0$$

سوال ۷۵ گزینه ۳



نیروهای وارد بر جسم را رسم میکنیم چون جسم ابتدا ساکن است با افزایش F جسم همچنان ساکن میماند. بنابراین



چون جسم ساکن است f_s یا همچنان با mg برابر است اما F_N ۲ برابر میشود. بنابراین نیروی عمودی سطح ۲ برابر میشود.

شیمی

سوال ۷۶ گزینه ۲



ملاک ایزوتوپ بودن اتمهای عنصرها فقط برابر بودن تعداد پروتون ها یا عدد اتمی Z آنها است که در اینجا موارد الف، ب و ث دارای عدد اتمی Z یکسان هستند.

سوال ۷۷ گزینه ۲



مطلب ۱ درست است. فراوان ترین اتم هیدروژن موجود در طبیعت ${}^1_1\text{H}$ است که نوترون ندارد.
مطلب ۲ نادرست است. زیرا اتم هیدروژن که در طبیعت فراوانی حدود ۰/۰۱ دارد، ${}^2_1\text{H}$ است که دارای یک نوترون است.
مطلب ۳ درست است. اتم های هیدروژنی که نیم عمر آنها کمتر از ثانیه است، همگی رادیوایزوتوپ بوده و در طبیعت وجود ندارد ${}^4_1\text{H}$ ، ${}^5_1\text{H}$ ، ${}^6_1\text{H}$ که دارای ۳ نوترون و بیشتر هستند.
مطلب ۴ درست است. نیم عمر ${}^5_1\text{H}$ از نیم عمر ${}^4_1\text{H}$ بیشتر است.
 ${}^3_1\text{H} > {}^5_1\text{H} > {}^4_1\text{H} > {}^6_1\text{H} > {}^4_1\text{H}$

سوال ۷۸ گزینه ۱



اغلب هسته هایی که نسبت شمار نوترون ها به پروتون های آنها برابر یا بیش از ۱/۵ باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان متلاشی میشوند.

سوال ۷۹ گزینه ۴



عبارت های ب و پ نادرست اند.
عبارت آ و ب: ${}^{235}_{92}\text{U}$ نخستین عنصر ساخت بشر است و همه تکنسیم جهان به طور مصنوعی تولید میشود. نیم عمر آن کم است و نمیتوان مقدار زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد.
عبارت پ: در تصویر برداری پزشکی از خاصیت هم اندازه بودن یون دارای تکنسیم با یون یدید استفاده می کنند و در تشخیص مشکل غده پروانه ای شکل تیروئید کاربرد دارد.

سوال ۸۰ گزینه ۲



$$A = \text{سنگین ترین} = N + Z = \frac{4}{3}Z + Z = \frac{7}{3}Z = 84 \Rightarrow Z = 36, A = 84$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F} \Rightarrow 83/8 = \frac{(84 \times 4) + M_{\text{سبکتر}}}{41} \Rightarrow M_{\text{سبکتر}} = 83 \text{ amu}$$

سوال ۸۱ گزینه ۴



(۱) نادرست است. زیرا انرژی لایه های الکترونی هر اتم نه تنها ویژه همان اتم است و به عدد اتمی وابسته است.

(۲) نادرست است. زیرا مواد آلی کلمه نادرستی است، مواد مولکولی درست است.

(۳) زیرا در ساختار اکسیژن $\ddot{\text{O}} = \ddot{\text{O}}$ ، ۲ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

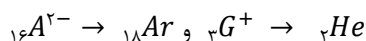
(۴) درست است. در Ca_3N_2 هر اتم کلسیم ۲ الکترون از دست می دهد. به ازای ۳ اتم کلسیم ۶ الکترون به اتم های نیتروژن داده می شود.

سوال ۸۲ گزینه ۴



ترتیب پر شدن زیرلایه ها به $n + l$ بستگی دارد، هر چه $n + l$ برای زیرلایه ای کوچک تر باشد زودتر الکترون می پذیرد، همچنین در شرایطی که $n + l$ برای دو زیرلایه برابر باشد، زیرلایه ای که n کوچک تری دارد، زودتر الکترون می پذیرد.

سوال ۸۳ گزینه ۳



سوال ۸۴ گزینه ۳



(الف) درست است.

(ب) نادرست است. ۵ تا ناپایدار هستند.

پ) نادرست است. نیم عمر رادیوایزوتوپ های ساختگی هیدروژن آنقدر کوتاه است که حتی پس از یک ثانیه هم چیزی از آنها باقی نمی ماند.

ت) درست است. ناپایدارترین ${}^3\text{H}$ و رادیوایزوتوپ طبیعی ${}^3\text{H}$ است، بنابراین $\frac{\gamma}{\beta} = \frac{2}{33}$

سوال ۸۵ گزینه ۱



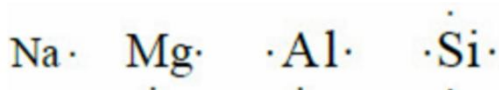
بررسی گزینه ها:

(۱) نادرست است. زیرا پرتوی نشر شده در انتقال $n_4 \rightarrow n_3$ در اتم هیدروژن در محدودهٔ فروسرخ قرار دارد. بنابراین انرژی کمتر و طول موج بیشتری نسبت به نورهای مرئی ($400 \leq \lambda \leq 700$ نانومتر) دارد.

(۲) درست است. عناصر گروه اول (${}^1\text{H}$, ${}^3\text{Li}$, ${}^{11}\text{Na}$, ${}^{19}\text{K}$)، گروه ۱۳ (${}^5\text{B}$, ${}^{13}\text{Al}$, ${}^{31}\text{Ga}$) و سه فلز واسطه (${}^{29}\text{Cu}$, ${}^{44}\text{Cr}$, ${}^{21}\text{Sc}$) در بین عناصر دوره های یک تا ۴ دارای زیرلایه های یک الکترونی هستند.

(۳) درست است. با توجه به آرایش الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 4s^2 4p^4$ ، $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ الکترون با $l = 0$ الکترون با $l = 1$ و 10 الکترون با $l = 2$ در این اتم وجود دارد. پس مجموع عددهای کوانتومی فرعی الکترون های آن برابر ۳۶ می باشد.

(۴) درست است. آرایش الکترون نقطه ای چهار عنصر نخست دورهٔ سوم، به صورت زیر است:

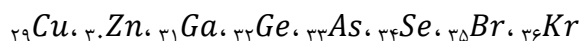


سوال ۸۶ گزینه ۴

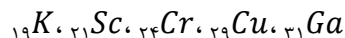


عنصرهای دورهٔ چهارم از عدد اتمی ۱۹ تا ۳۶ هستند که از عنصر پتاسیم K شروع شده و تا کریپتون Kr ادامه دارند. بررسی موارد:

مورد الف نادرست است. زیرا ۸ عنصر وجود دارد که زیرلایه d پر شده دارند.



مورد ب درست است. عناصری که دارای زیرلایه تک الکترونی هستند عبارتند از:



مورد پ درست است. از عناصر ${}^{19}\text{K}$ الی ${}^{30}\text{Zn}$ ، در زیرلایه های درونی خود دارای ${}^2p^6$ و ${}^3p^6$ هستند.

مورد ت درست است. عناصر ${}^{20}\text{Ca}$ ، ${}^{30}\text{Zn}$ و ${}^{36}\text{Kr}$ مورد نظر هستند.

سوال ۸۷ گزینه ۳



عنصری که در یک گروه از جدول تناوبی قرار میگیرند، خواص شیمیایی مشابهی دارند، عنصر A_{16} متعلق به گروه ۱۶ بوده اما عنصر B_{18} متعلق به گروه ۱۵ جدول دوره ای است پس این دو عنصر خواص شیمیایی مشابهی ندارند. هر دو عنصر A_{16} و C_{11} متعلق به دوره سوم جدول دوره ای میباشند. بررسی سایر گزینه ها: (۱) درست

(۲) هیدروژن (1H) نخستین عنصر جدول تناوبی است که جرم اتمی میانگین آن برابر $1/008 amu$ است.

(۴) عنصر موجود در خانه ششم جدول تناوبی عنصرها، کربن است و $1 amu = \frac{1}{12} ^{12}C$

سوال ۸۸ گزینه ۴

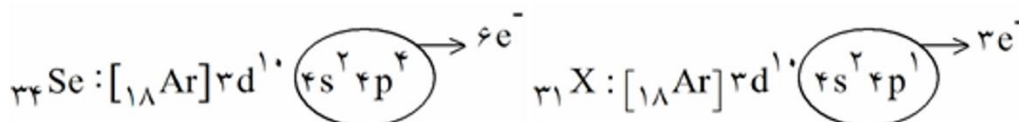


گزینه ۱: از الکترون به اشتراک گذاشته میشود. (مبادله نمیشود)

گزینه ۲: الزاماً برابر نیست. (مثلاً در Na_2O و MgF_2) شمار e^- مبادله ای برابر ولی بار کاتیون ها نابرابر است.

گزینه ۳: فاصله ترازهای انرژی در اتم عناصر مختلف یکسان نیست.

سوال ۸۹ گزینه ۲

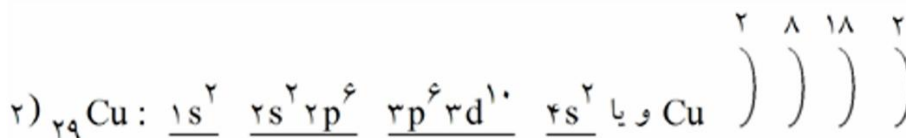


سوال ۹۰ گزینه ۳



اتم $\ddot{X}$ اتم He می باشد و در گروه ۱۸ جدول دوره ای قرار دارد. در حالیکه Mg_{12} با آرایش الکترون-نقطه ای $Mg \cdot$ در گروه ۲ جدول دوره ای واقع است. بررسی عبارت های درست:

(۱) شمار خطوط طیف نشری خطی هلیوم و هیدروژن در محدوده مرئی به ترتیب برابر ۶ و ۴ می باشد.



(۴) زیرا ترکیب مورد نظر می تواند CaO, NaF یا ScN باشد.

سوال ۹۱ گزینه ۴



آ) (لایه ظرفیت عناصر دوره چهارم جدول تناوبی شامل ریزلایه های $4s$ و $3d$ است.) در زیرلایه با $l = 0$ (s) یک و یا دو الکترون می تواند قرار گیرد، بنابراین آرایش لایه ظرفیت به صورت $3d^x 4s^1$ و $3d^y 4s^2$ است:

$$\frac{1}{x} = 0/1 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow \text{عنصر مورد نظر } {}_{29}\text{Cu} \text{ است}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{1} \Rightarrow y = 20 \Rightarrow \text{غیر قابل قبول}$$

ب) مقادیر مجاز l در هر لایه از ۰ تا $(n - 1)$ است.

پ) آرایش الکترونی لایه ظرفیت عناصر گروه ۱۴ جدول تناوبی به صورت $ns^2 np^2$ است.

ت) مطابق قاعده آفبا، انرژی زیرلایه ها به n و $l + n$ وابسته است.

سوال ۹۲ گزینه ۳



نور نشر شده حاصل از انتقال الکترون از $n = 6$ به $n = 3$ در محدوده فروسرخ قرار می گیرد و نسبت به D طول موج بلندتری دارد. بررسی گزینه ها :

۱) نور نشر شده در این جابه جایی در محدوده فرابنفش قرار میگیرد.

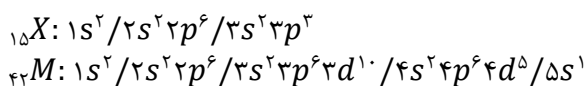
۲) نور حاصل از شعله این نمک زرد رنگ است و پرتوهای C و D به ترتیب آبی و قرمز میباشند.

۴) هر دو قرمز رنگ هستند.

سوال ۹۳ گزینه ۳



عنصرهای X و M به ترتیب فسفر (${}_{15}P$) و مولیبدن (${}_{42}Mo$) هستند که آرایش الکترونی آنها به صورت مقابل است:



گزینه ۱: عنصر X در گروه ۱۵ و عنصر M در تناوب ۵ قرار دارد.

گزینه ۲: عنصر X دارای یک زیرلایه نیمه پر و عنصر M دارای دو زیرلایه نیمه پر است. از طرفی یون پایدار عنصر X به صورت X^{3-} است.

گزینه ۳: عنصر X دارای ۵ الکترون ظرفیتی و ۴ زیر لایه پر است.

گزینه ۴: عنصر M همانند کروم (${}_{24}Cr$) در گروه ۶ قرار دارد عنصر X همانند نیتروژن (${}_7N$) در گروه ۱۵ و مدل فضا پر کن ترکیب هیدروژن دار آنها یکسان است.

سوال ۹۴ گزینه ۲



عنصری که دارای ۷ الکترون با $n + l = 4$ است. به صورت $3p^6 4s^1$ می باشد که می تواند عناصر K و Cr و Cu باشد، که باتوجه به آنها به سوالات پاسخ می دهیم. بررسی عبارت ها:

عبارت ۱: درست - زیرا عنصر Cr در $l = 2$ دارای ۵ الکترون است که نیمه پر محسوب می شود.

عبارت ۲: درست - زیرا عناصر Cr و Cu به دسته d و عنصر K به دست s تعلق دارد.

عبارت ۳: درست - زیرا هر ۳ عنصر $3p^6$ و $2p^6$ را دارند.

عبارت ۴: نادرست - زیرا K عنصری اصلی محسوب میشود.

سوال ۹۵ گزینه ۳



بررسی گزینه ها:

(الف) نادرست - زیرا همه عناصری که در گروه ۱۸ جدول تناوبی قرار دارند متعلق به دسته p نیستند و He در دسته s قرار دارد.

(ب) نادرست - استثناء این مورد He است که در گروه ۱۸ قرار دارد اما زیرلایه s در حال پر شدن است.

(پ) درست - زیرلایه d از d^1 تا d^{10} پر میشود که از گروه ۳ تا ۱۲ جدول دوره ای هستند.

(ت) نادرست - عناصری که لایه سوم آنها به ۱۸ الکترون میرسد میتواند Cu و Zn باشند.

۱۱ الکترون ظرفیت $\Rightarrow Cu: 3d^{10}/4s^1$

۲ الکترون ظرفیت $\Rightarrow Zn: 3d^{10}/4s^2$

سوال ۹۶ گزینه ۲



در ابتدا باید توجه داشت که در دوره چهارم جدول، دو عنصر با ۸ الکترون ظرفیتی وجود دارند که عبارتند از:

$Fe: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$

$Kr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6$

آرایش الکترونی هر دو عنصر از قاعده آفبا پیروی می کند.

هر دو عنصر فاقد زیرلایه الکترونی نیمه پر هستند.

Fe در دورترین لایه خود از هسته اتم (لایه چهارم) ۲ الکترون دارد. اما Kr دارای ۸ الکترون با چنین شرایطی می باشد.

آخرین زیرلایه اشغال شده Fe ($4s$) دارای ۲ الکترون است. اما در Kr آخرین زیرلایه اشغال شده ($4p$) ۶ الکترونی است.

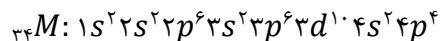
سوال ۹۷ گزینه ۳



تفاوت شمار نوترون ها با شمار پروتون های اتم ${}^{79}_{11}\text{Na}$ ، برابر عدد اتمی دومین فلز قلیایی (${}_{11}\text{Na}$) در جدول تناوبی باشد،

$$Z = \frac{A - \Delta}{2} \rightarrow Z = \frac{79 - 11}{2} = 34$$

الف: درست، عنصری با خواص شیمیایی مشابه گوگرد است.

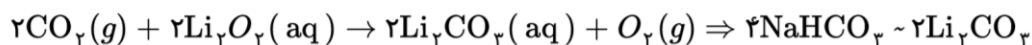
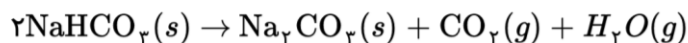


ب: نادرست، در لایه ظرفیت آن چهار الکترون با $l = 1$ وجود دارد.

پ: درست، یون پایدار آن دارای آرایش الکترونی گاز نجیب کریپتون است.

ت: نادرست، عدد اتمی آن، برابر ۳۴ است ولی در گروه ۱۶ جدول تناوبی جای دارد.

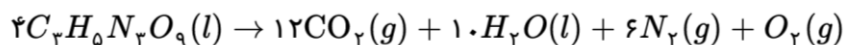
سوال ۹۸ گزینه ۴



$$?g_{\text{NaHCO}_3} = 148g_{\text{Li}_2\text{CO}_3} \times \frac{1 \text{ mol Li}_2\text{CO}_3}{74g_{\text{Li}_2\text{CO}_3}} \times \frac{4 \text{ mol NaHCO}_3}{2 \text{ mol Li}_2\text{CO}_3} \times \frac{84g_{\text{NaHCO}_3}}{1 \text{ mol NaHCO}_3}$$

$$= 336g_{\text{NaHCO}_3}$$

سوال ۹۹ گزینه ۳



$$?l_{\text{O}_2, \text{N}_2} = 0 / 3 \text{ mol CO}_2 \times \frac{7 \text{ mol O}_2, \text{N}_2}{12 \text{ mol CO}_2} \times \frac{22/4(l)}{1 \text{ mol گاز}} = 3/92 \text{ Lit gas}$$

سوال ۱۰۰ گزینه ۳



مورد اول: نادرست است. درصد های منتشر شده در جدول کتاب درصد های حجمی هستند که نسبت آنها ۳.۷ می شود (نیتروژن ۷۸ درصد و اکسیژن ۲۱ درصد)
مورد دوم: درست است. فراوان ترین گاز نجیب موجود در هواکره آرگون است که در لامپ های رشته ای به کار می رود.
مورد سوم: نادرست است. نقطه جوش هلیوم ۲۶۹- است.
مورد چهارم: نادرست است. در دومین لایه هواکره دما از ۵۵- به ۷+ می رسد یعنی ۶۲ درجه تغییر اما در لایه اول دما از ۱۴+ به ۵۵- می رسد یعنی ۶۹ درجه تغییر. پس تغییرات در لایه اول بیشتر است.

سوال ۱۰۱ گزینه ۴



هلیوم در کره زمین به مقدار خیلی کم یافت می شود، به طوری که مقدار ناچیزی از آن در هوا و مقدار بیشتری از آن در لایه های زیرین پوسته زمین وجود دارد، از این رو، منابع زمینی آن از هواکره سرشارتر و برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی مناسب ترند.

سوال ۱۰۲ گزینه ۴



ابتدا با استفاده از مقدار گاز کربن دی اکسید مقدار فرآورده تولید شده را محاسبه می کنیم:

$$xg \text{ CaO} = \frac{1}{1} \text{ LCO}_2 \times \frac{1/25g \text{ CO}_2}{1 \text{ LCO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44g \text{ CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{56g \text{ CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = 14g \text{ CaO}$$

$(\text{CO}_2) \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow 1/8 \times 1/25 = 11g \text{ CO}_2$ جرم گاز تولید شده

$56g = 67 - 11$ جرم جامد باقی مانده $\Rightarrow$ مقدار گاز خارج شده از ظرف - جرم جامد اولیه = جرم جامد برجای مانده

$\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$ جرم فرآورده جامد تولید شده / جرم جامد باقی مانده

سوال ۱۰۳ گزینه ۴



(۱) درست است. این گاز، N_2 است که ساختار آن به صورت $N \equiv N$: و نسبت جفت ناپیوندی به پیوندی $\frac{2}{3}$ است.
(۲) درست است. این مولکول، کربن دی اکسید $(\ddot{O} = C = \ddot{O})$ است و قبل از اینکه هوا، مایع شود در دمای -78°C به صورت جامد از هوا جدا می شود.

- ۳) درست است. نمودار داده شده، فراوانی گازهای نجیب در هواکره را نشان می دهد.
- ۴) نادرست است. زیرا نزدیکترین لایه هواکره نسبت به زمین تروپوسفر است که ۷۵ درصد جرم هوا در این لایه قرار دارد.

سوال ۱۰۴ گزینه ۲



بررسی گزینه های نادرست:

گزینه ۱: با یکسان سازی ضریب استوکیومتری گونه های مشترک (NO_2 ، NO) در واکنش ها می یابیم که به ازای مصرف ۱ مول N_2 ، ۲ مول O_2 تولید می شود پس:

$$xLO_2 = 3/0.1 \times 10.23 N_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{6/0.2 \times 10.23 N_2} \times \frac{2 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{22/4 LO_2}{1 \text{ mol } O_2} = 22/4 LO_2$$

گزینه ۳: از آنجایی که واکنش تولید اوزون تروپوسفری در حضور نور خورشید انجام می شود امکان تشکیل آن در هر ساعتی از شبانه روز وجود ندارد.

گزینه ۴: اکسید نافلزی NO در آب به صورت مولکولی حل شده و واکنش نمی دهد. بنابراین اسید آرنیوس به شمار نمی رود.

سوال ۱۰۵ گزینه ۱



طبق قانون پایستگی جرم با بسته بودن در ظرف، جرم محتویات ظرف ثابت خواهد ماند.